

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE TÉCNICAS DE  
COMUNICAÇÃO DIGITAL EM CANAIS COM  
DISTRIBUIÇÃO  $\kappa-\mu$ , DESVANECIMENTO  
LENTO E NÃO SELETIVO EM FREQUÊNCIA

Rausley Adriano Amaral de Souza

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de  
Telecomunicações como parte dos requisitos para obtenção  
do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo

Co-ORIENTADOR: Dr. César Kyn d'Ávila

Santa Rita do Sapucaí

2002

Dissertação defendida e aprovada em 28/06/2002, pela comissão julgadora:

---

Sandro Adriano Fasolo (Orientador) – Inatel

---

Michel Daoud Yacoub (membro externo) – DECOM-FEEC-UNICAMP

---

Adonias Costa da Silveira (membro interno) - Inatel

---

**Coordenador do Curso de Mestrado**

## Dedicatória

Ao meu pai, Ozeas.

## **Agradecimentos**

Ao Professor-orientador Sandro Adriano Fasolo, que aceitou o desafio da orientação apesar das grandes dificuldades.

Ao meu co-orientador César Kyn d'Ávila, por ter feito um excelente trabalho de orientação técnica e comportamental.

À minha esposa Andrea e meus filhos Daniel e Samuel, que desde o início desta jornada não ofereceram resistências à realização de um sonho.

A Ericsson Telecomunicações pelo apoio financeiro.

Ao Inatel pela oportunidade oferecida.

A todos os colegas do mestrado.

E, acima de tudo, a Jesus, o Deus presente e melhor amigo.

## Índice

Lista de Tabelas .....	viii
Lista de Figuras .....	ix
Lista de Abreviaturas e Siglas .....	xii
Lista de Símbolos .....	xiv
Resumo .....	xvi
Abstract .....	xvii
Introdução .....	1
1.1 Canal com Desvanecimento .....	1
1.2 Tratamento Estatístico .....	2
1.3 Diversidade .....	3
1.4 Histórico .....	3
1.5 Proposta do Trabalho .....	4
Ambientes de Propagação e Análise de Desempenho .....	6
2.1 Introdução .....	6
2.2 Ambientes de propagação .....	7
2.2.1 Ambiente Rayleigh .....	7
2.2.2 Ambiente Rice .....	8
2.2.3 Ambiente Nakagami- $m$ .....	9
2.3 Análise de Desempenho .....	10
2.3.1 Análise de desempenho no canal Rayleigh .....	12
2.3.2 Análise de desempenho no canal Rice .....	15
2.3.3 Análise de desempenho no canal Nakagami- $m$ .....	16
2.4 Conclusão .....	18
Ambiente $\kappa$ - $\mu$ .....	19

3.1	Introdução .....	19
3.2	Desenvolvimento da FDP de $\kappa$ - $\mu$ .....	20
3.2.1	FDP em função de várias variáveis .....	24
3.3	Relação entre os parâmetros $\kappa$ , $\mu$ e $m$ .....	27
3.4	Relação entre a distribuição $\kappa$ - $\mu$ e outras distribuições .....	27
3.5	Desenvolvimento da FDC de $\kappa$ - $\mu$ .....	28
3.5.1	Desenvolvimento da FDC de $\kappa$ - $\mu$ para valores inteiros de $\mu$ .....	30
3.6	Conclusão.....	32
Análise de Desempenho de Modulações Binárias e Quaternárias em um canal $\kappa$ - $\mu$ com Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Freqüência.....		33
4.1	Introdução .....	33
4.2	Probabilidade de erro média para o canal $\kappa$ - $\mu$ .....	34
4.3	Conclusão.....	41
Análise de Desempenho de Modulações Binárias e Quaternárias em um canal $\kappa$ - $\mu$ com Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Freqüência utilizando Técnica de Diversidade.....		43
1.1	Introdução .....	43
5.2	Análise de Desempenho utilizando Técnica de Diversidade .....	45
5.3	Conclusão.....	52
Geração de Números Aleatórios distribuídos de acordo com a Distribuição $\kappa$ - $\mu$ .....		53
6.1	Introdução .....	53
6.2	O Método da Aceitação-Rejeição .....	54
6.3	Geração de números aleatórios de acordo com a distribuição $\kappa$ - $\mu$ .....	54
6.4	Conclusão.....	58
Conclusões.....		60

7.1	Contribuições da Dissertação.....	60
7.2	Proposição para Trabalhos Futuros.....	61
	Referências Bibliográficas.....	62

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 2.1</b> – Probabilidade de erro média para diferentes tipos de modulação em um canal invariante no tempo com ruído AWGN. ....	12
<b>Tabela 2.2</b> – Probabilidade de erro média em canais Rayleigh para diversos tipos de modulações. ....	12
<b>Tabela 2.3</b> – Valor de $\epsilon$ para diversos tipos de modulações e probabilidade de erro média para valores de $\overline{\gamma}_c > 10$ dB. ....	14
<b>Tabela 2.4</b> – Probabilidade de erro média em canais Rice para Modulações BFSK Não coerente e DPSK. ....	15
<b>Tabela 3.1</b> - Valores de $\kappa$ , $\mu$ e $m$ para as Figura 3.2 e Figura 3.4. ....	24
<b>Tabela 3.2</b> – Valores de $\kappa$ , $\mu$ e $m$ para a Figura 3.3 e Figura 3.5. ....	24
<b>Tabela 4.1</b> – Valores de $\kappa$ , $\mu$ e $m$ para as Figuras 4.1, 4.3, 4.5, 4.7, 4.9. ....	35
<b>Tabela 4.2</b> – Valores de $\kappa$ , $\mu$ e $m$ para as Figuras 4.2, 4.4, 4.6, 4.8, 4.10. ....	35
<b>Tabela 5.1</b> – Probabilidade de erro média para diferentes tipos de modulação em um canal com diversidade e ruído AWGN. ....	47
<b>Tabela 6.1</b> – Comparativo entre as porcentagens de amostras aceitas utilizando o Método da Aceitação – Rejeição na distribuição $\kappa$ - $\mu$ . ....	58

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1-</b> Desempenho de algumas modulações binárias e quaternárias em um canal Rayleigh. ....	13
<b>Figura 2.2</b> – Desempenho das modulações BFSK não coerente, DPSK e BPSK com diversidade. ....	14
<b>Figura 2.3</b> – Probabilidade de erro média em canais Rice para diversos valores de K e modulação DPSK. ....	15
<b>Figura 2.4</b> – Probabilidade de erro média em canais Rice para diversos valores de K e modulação BFSK não coerente. ....	16
<b>Figura 2.5</b> – Probabilidade de erro média para BPSK com desvanecimento Nakagami-m. ....	17
<b>Figura 2.6</b> – Probabilidade de erro média para BPSK com desvanecimento Nakagami-m utilizando a técnica de diversidade para $m = 2$ . ....	17
<b>Figura 3.1</b> – Ilustração do mecanismo de propagação em um ambiente $\kappa$ - $\mu$ . ....	20
<b>Figura 3.2</b> – Função Densidade de Probabilidade da distribuição $\kappa$ - $\mu$ quando $m=1,5$ . ....	25
<b>Figura 3.3</b> – Função Densidade de Probabilidade da distribuição $\kappa$ - $\mu$ quando $m=0,75$ . ....	25
<b>Figura 3.4</b> – Função Distribuição Cumulativa da distribuição $\kappa$ - $\mu$ quando $m=1,5$ . ..	29
<b>Figura 3.5</b> – Função Distribuição Cumulativa da distribuição $\kappa$ - $\mu$ quando $m=0,75$ . ....	29
<b>Figura 3.6</b> – Função Distribuição Cumulativa da distribuição $\kappa$ - $\mu$ para alguns valores inteiros de $\mu$ . ....	31
<b>Figura 4.1</b> – Probabilidade de erro média para BPSK, QPSK e OQPSK para $m=1,5$ com desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ . ....	36
<b>Figura 4.2</b> – Probabilidade de erro média para BPSK, QPSK e OQPSK para $m=0,75$ com desvanecimento $\kappa$ - $\mu$ . ....	36

<b>Figura 4.3</b> – Probabilidade de erro média para BFSK Coerente para $m=1,5$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	37
<b>Figura 4.4</b> – Probabilidade de erro média para BFSK Coerente para $m=0,75$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	37
<b>Figura 4.5</b> – Probabilidade de erro média para BFSK Não Coerente para $m=1,5$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	38
<b>Figura 4.6</b> – Probabilidade de erro média para BFSK Não Coerente para $m=0,75$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	38
<b>Figura 4.7</b> – Probabilidade de erro média para DPSK para $m=1,5$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	39
<b>Figura 4.8</b> – Probabilidade de erro média para DPSK para $m=0,75$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	39
<b>Figura 4.9</b> – Probabilidade de erro média para $\pi/4$ -DQPSK para $m=1,5$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	40
<b>Figura 4.10</b> – Probabilidade de erro média para $\pi/4$ - DQPSK para $m=0,75$ com desvanecimento $\kappa-\mu$ .....	40
<b>Figura 5.1</b> – Exemplo de combinação de diversidade. Dois sinais com desvanecimento independentes 1 e 2. O sinal 3 é o sinal mais forte resultante da seleção.....	44
<b>Figura 5.2</b> – Probabilidade de erro média com diversidade para BPSK, QPSK e OQPSK com $\mu = 1,25$ e $\kappa = 0,69$ .....	49
<b>Figura 5.3</b> – Probabilidade de erro média com diversidade para BFSK Coerente com $\mu = 1,25$ e $\kappa = 0,69$ .....	50
<b>Figura 5.4</b> – Probabilidade de erro média com diversidade para BFSK Não Coerente com $\mu = 1,25$ e $\kappa = 0,69$ .....	50
<b>Figura 5.5</b> – Probabilidade de erro média para DPSK com $\mu = 1,25$ e $\kappa = 0,69$ . ....	51
<b>Figura 5.6</b> – Probabilidade de erro média para $\pi/4$ DQPSK com $\mu = 1,25$ e $\kappa = 0,69$ . .....	51

<b>Figura 5.7</b> – Comparação entre a probabilidade de erro média com diversidade para modulações binárias com $\mu = 1,25$ e $\kappa = 0,69$ . .....	52
<b>Figura 6.1</b> – $f(x)$ , $t(x)$ e $r(x)$ para o método de Aceitação-Rejeição para a distribuição $\kappa$ - $\mu$ com os parâmetros $\kappa = 0,69$ , $\mu = 1,25$ e $m = 1,5$ . .....	55
<b>Figura 6.2</b> – Comparativo entre a FDP teórica de $\kappa$ - $\mu$ e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para $\kappa=0,69$ , $\mu=1,25$ e $m=1,5$ . .....	56
<b>Figura 6.3</b> – Comparativo entre a FDP teórica de $\kappa$ - $\mu$ e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para $\kappa=10,48$ , $\mu=0,25$ e $m=1,5$ . .....	56
<b>Figura 6.4</b> – Comparativo entre a FDP teórica de $\kappa$ - $\mu$ e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para $\kappa=0,69$ , $\mu=0,625$ e $m=0,75$ . .....	57
<b>Figura 6.5</b> – Comparativo entre a FDP teórica de $\kappa$ - $\mu$ e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para $\kappa=10,48$ , $\mu=0,125$ e $m=0,75$ . .....	57

## Lista de Abreviaturas e Siglas

<b>AWGN</b>	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
<b>BFSK</b>	<i>Binary Frequency Shift Keying</i>
<b>BPSK</b>	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
<b>CDMA</b>	<i>Code Division Multiplex Access</i>
<b>DPSK</b>	<i>Differential Phase Shift Keying</i>
<b>ERB</b>	<i>Estação Rádio Base</i>
<b>FDC</b>	<i>Função Distribuição Cumulativa</i>
<b>FDP</b>	<i>Função Densidade de Probabilidade</i>
<b>HF</b>	<i>High-Frequency</i>
<b>ISI</b>	<i>Intersymbol Interference</i>
<b>IS-95A</b>	<i>Interim Standard 95 revision A</i>
<b>LOS</b>	<i>Line-of-Sight</i>
<b>OQPSK</b>	<i>Offset Quadrature Phase Shift Keying</i>
<b>QPSK</b>	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
<b>QAM</b>	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
<b>SHF</b>	<i>Super High - Frequency</i>
<b>SNR</b>	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
<b>SNR<sub>bit</sub></b>	<i>Signal-to-Noise Ratio per bit</i>
<b>TCM</b>	<i>Trellis Coded Modulation</i>
<b>TDMA</b>	<i>Time Division Multiplex Access</i>
<b>UHF</b>	<i>Ultra High-Frequency</i>
<b>VHF</b>	<i>Very High-Frequency</i>
<b>MRC</b>	<i>Maximum Ratio Combining</i>
<b>EGC</b>	<i>Equal Gain Combining</i>

<b><i>rms</i></b>	<i>Root Mean Square</i>
<b>SC</b>	<i>Selection Combining</i>

## Lista de Símbolos

dB	Decibéis
$erfc(x)$	Função Erro Complementar
$E_b$	Energia de Bit
$E(.)$	Esperança Matemática
$\gamma_b$	Razão entre a energia de bit e a densidade espectral de potência do ruído
$\overline{\gamma_b}$	Razão média entre a energia de bit e a densidade espectral de potência do ruído
$\gamma_c$	Razão entre a energia de bit e a densidade espectral de potência do ruído do $k$ -ésimo canal
$\overline{\gamma_c}$	Razão média entre a energia de bit e a densidade espectral de potência do ruído do $k$ -ésimo canal
$I_0$	Função de Bessel Modificada de ordem zero
$K$	Fator $K$ (Razão entre as potências recebida através da componente direta e difusa) de Rice
$m$	Parâmetro $m$ da distribuição de Nakagami
$N_0$	Densidade Espectral de potência de ruído
$p(.)$	Função densidade de probabilidade
$F(.)$	Função distribuição cumulativa
$Q(.)$	Função Gaussiana $Q$
$\Gamma(.)$	Função Gama
$\sigma^2$	Variância
$r$	Envoltória do sinal
$\rho$	Envoltória do sinal normalizada em relação ao valor $rms$
$\alpha$	Envoltória do sinal distribuída de acordo com uma distribuição específica

$\alpha_k$	Envoltória do sinal distribuída de acordo com uma distribuição específica do $k$ -ésimo canal
$\lambda$	Comprimento de onda
$\Omega$	Valor médio de $r^2$
$L$	Número de canais em diversidade
$P_e$	Probabilidade de erro média
$\kappa$	Parâmetro $\kappa$ (Razão entre as potências recebida através da componente direta e difusa) da distribuição $\kappa$ - $\mu$
$\mu$	Parâmetro $\mu$ da distribuição $\kappa$ - $\mu$
$n$	número de percursos
$Var(.)$	Variância
$I_\nu(.)$	Função de Bessel Modificada de ordem $\nu$
$w$	Potência do sinal
$\bar{w}$	Potência média do sinal
$L(.)$	Transformada de Laplace
$s$	Variável complexa de Laplace
$a$	Amplitude do sinal em linha de visada direta

## Resumo

SOUZA, R.A.A.. Análise de desempenho de técnicas de Comunicação Digital em canais com distribuição  $\kappa-\mu$ , desvanecimento lento e não seletivo em frequência. Santa Rita do Sapucaí, 2002. Instituto Nacional de Telecomunicações.

Os canais variantes no tempo dos sistemas de comunicações móveis podem ser modelados através de distribuições estatísticas tais como Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ . Esta dissertação apresenta a avaliação de desempenho em termos de probabilidade de erro média do canal  $\kappa-\mu$  com e sem a utilização da técnica de diversidade. São apresentados gráficos, calculados a partir de métodos numéricos de integração, da probabilidade de erro média pela relação SNR sendo estes comparados com as tradicionais curvas de probabilidade de erro. Ainda é apresentada uma expressão fechada para o cálculo da função distribuição cumulativa da distribuição  $\kappa-\mu$ , quando  $\mu$  assume valores inteiros. Através da utilização de métodos estatísticos é apresentada uma metodologia para a geração de variáveis aleatórias distribuídas de acordo com a distribuição  $\kappa-\mu$  para quaisquer valores de  $\kappa$  e  $\mu$ .

Palavras-chave: Modulação digital, desvanecimento, desempenho, diversidade, distribuição  $\kappa-\mu$ .

## Abstract

SOUZA, R.A.A.. Análise de desempenho de técnicas de Comunicação Digital em canais com distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , desvanecimento lento e não seletivo em frequência.. Santa Rita do Sapucaí, 2002. Instituto Nacional de Telecomunicações.

The time variance of the channel in the mobile-radio communications systems can be described through statistical distributions such as Rayleigh, Rice and Nakagami- $m$ . This thesis presents the evaluation of performance in terms of average error probability of the  $\kappa$ - $\mu$  channel with and without the use of the diversity technique. It is presented graphics, calculated from numerical integration of the average error probability versus SNR being these comparing with the traditional curves of error probability. It is still presented a closed-form expression for calculating the cumulative distribution function of the  $\kappa$ - $\mu$  distribution when  $\mu$  is a integer. Through the use of statistical methods, it is presented a methodology for the generation of random variables distributed in accordance with the  $\kappa$ - $\mu$  distribution for any values of  $\kappa$  and  $\mu$ .

Keywords: Digital modulation, fading, performance, diversity,  $\kappa$ - $\mu$  distribution.



# Capítulo I

## Introdução

### 1.1 Canal com Desvanecimento

Desvanecimento é um fenômeno que ocorre quando a amplitude e fase de um sinal de rádio variam rapidamente dentro de um curto período de tempo ou distância. O desvanecimento é causado por interferência entre duas ou mais versões do sinal transmitido que chegam ao receptor em instantes ligeiramente diferentes. Estas ondas dos múltiplos percursos que chegam na antena receptora se combinam formando um sinal resultante que pode variar de forma intensa tanto em amplitude quanto em fase.

Em um canal de comunicação móvel, tal como o ambiente celular e o canal de satélite, o desvanecimento e as interferências dos múltiplos percursos são causados principalmente pelas reflexões na superfície terrestre e em construções. Além disto, o movimento relativo entre o transmissor e o receptor resulta em uma modulação aleatória de frequência no sinal devido aos diferentes deslocamentos Doppler em cada componente dos múltiplos percursos. O movimento dos objetos entre o transmissor e receptor também provoca um deslocamento Doppler nas componentes dos múltiplos percursos. Basicamente, o canal com desvanecimento possui uma resposta impulsiva variante no tempo. O desvanecimento provoca flutuações na amplitude e fase do sinal recebido. As componentes dos múltiplos percursos provocam interferência entre símbolos (*ISI – Intersymbol Interference*) quando o período de símbolo for menor que o maior atraso dos múltiplos percursos [1]. Se o período de símbolo for maior que o maior atraso dos múltiplos percursos teremos apenas desvanecimento na potência do sinal recebido. Deslocamento Doppler provoca dispersão em frequência da portadora, ocasionando espalhamento da banda

do sinal. Todos estes fatores resultam na degradação de desempenho dos sistemas de comunicações.

Normalmente, o canal é modelado matematicamente. Existem três razões principais para a criação de modelos matemáticos para canais com múltiplos percursos [2]: A primeira, é ajudar a entender o canal e seus efeitos nos sinais de comunicação. A segunda, é que a modelagem matemática nos permite analisar os seus efeitos e produzir alguns resultados matematicamente. Por último, esta modelagem pode fornecer bases para a simulação em computadores do canal que, usualmente, são utilizados em situações em que a análise matemática é extremamente complexa.

Esta caracterização serve como modelo para sinais de transmissão em vários tipos de canais, tais como comunicação através de ondas ionosféricas ou celestes em ondas curtas na banda de HF (*High-Frequency*) (3-30 MHz), comunicações por ondas troposféricas na faixa de microondas em UHF (*Ultra High-Frequency*) (300-3000 MHz), SHF (*Super High-Frequency*) (3000-30000 MHz) e por espalhamento ionosférico na faixa das ondas métricas em VHF (*Very High-Frequency*) (30-300 MHz).

## 1.2 Tratamento Estatístico

Algumas distribuições, tais como Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ , são de grande utilidade prática na descrição das estatísticas do sinal de rádio. A distribuição de Rayleigh descreve a envoltória do sinal recebido resultante de uma propagação com múltiplos percursos e sem uma linha de visada direta (LOS – *Line-of-Sight*) com potência predominante. A distribuição de Rice descreve a envoltória do sinal recebido resultante de uma propagação com múltiplos percursos e uma componente em linha de visada direta. A distribuição de Nakagami- $m$  utiliza um parâmetro para descrever o grau de desvanecimento sofrido pelo sinal se propagando em um ambiente de múltiplos percursos. Sendo a distribuição de Rayleigh um caso particular da distribuição Nakagami- $m$ .

### 1.3 Diversidade

Uma das formas de se combater os efeitos de degradação da probabilidade de erro provocados pelo fenômeno de desvanecimento é a diversidade. O princípio da diversidade é fornecer ao receptor dois ou mais canais com a mesma informação sujeita a desvanecimento estatisticamente independentes. Logo, se um caminho sofre um desvanecimento profundo podemos esperar que o outro não. Existem várias técnicas de diversidade tais como diversidade espacial, temporal, de frequência, angular e de polarização. Cada um dos métodos possui vantagens e desvantagens, como por exemplo, o fato da diversidade em frequência e temporal necessitarem de uma banda espectral adicional, o que reduz a sua capacidade. Existem três maneiras básicas para associar os sinais recebidos em cada caminho, os chamados métodos de combinação: Combinação de Máxima Razão (MRC – *Maximal Ratio Combining*), Combinação de Ganho Igual (EGC – *Equal Gain Combining*) e Combinação de Seleção (SC – *Selection Combining*). A técnica ótima, ou seja, aquela que fornece máxima probabilidade de detecção é a MRC. Neste método é fornecido um peso à cada ramo de diversidade de sinal proporcional às amplitudes do sinal e então adicionados. Estes pesos minimizam o ruído que é adicionado a cada ramo de diversidade em desvanecimento.

### 1.4 Histórico

As primeiras pesquisas em busca da caracterização de canais com desvanecimento foram feitas por Price [3], [4] e Rice [5]. Os estudos mais abrangentes dos modelos estatísticos começaram na década de 60. Nakagami [6] e Clarke [7] começaram a utilizar distribuições estatísticas com o intuito de descrever as variações rápidas do sinal recebido.

Nas décadas de 70 e 80 surgiram novos trabalhos no desenvolvimento de distribuições que descrevessem de forma mais eficiente e precisa os ambientes de propagação. Suzuki [8] e Hansen [9] realizaram estudos para descrever os efeitos sofridos pelo sinal devido a sombreamento e os múltiplos percursos. Além de novas distribuições, foram desenvolvidos trabalhos com o intuito de confirmar as distribuições já desenvolvidas.

Novas distribuições foram sendo estudadas sempre com o objetivo de descrever as variações do sinal recebido, seja para variações de curto prazo ou de longo prazo. Atualmente, foi proposta por Yacoub uma nova distribuição estatística chamada  $\kappa\text{-}\mu$  [10], que propõe as distribuições Rice, Rayleigh e Nakagami- $m$  como casos particulares da nova distribuição.

A análise de desempenho em transmissões digitais sempre foi alvo de constantes estudos. Lindsey [11] estudou a probabilidade de erro em sinais transmitidos através de canais modelados por canais Rice. Estudos de desempenho relacionados com a distribuição de Nakagami- $m$  foram feitos por Esposito [12], Miyagaki *et al.* [13], Charash [14], Al-Hussaini *et al.* [15], e Beaulieu e Abu-Dayya [16]. Recentemente foi proposto um método unificado para avaliação de desempenho em termos de probabilidade de erro em sistemas de comunicações para vários tipos de canais. Dentre os autores destacam-se Alouini e Goldsmith [17], Simon and Alouini [18], [19] e Annamalai *et al.* [20], [21].

Estudos na área de diversidade e as técnicas de combinação em diversidade foram considerados por Pierce [22], Brennan [23], Turin [24], [25], Barrow [26] e Lindsey [11]. Estudos referentes ao canal Rayleigh com diversidade foram feitos por Chennakeshu e Anderson [27].

## 1.5 Proposta do Trabalho

A principal proposta deste trabalho é o desenvolvimento de expressões e gráficos de desempenho em termos de probabilidade de erro média para canais modelados de acordo com a distribuição  $\kappa\text{-}\mu$ . As probabilidades de erro foram obtidas para canais sob o efeito de ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) sem e com a utilização da técnica de diversidade. As modulações analisadas são BPSK (*Binary Phase Shift Keying*), QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*), OQPSK (*Offset Quadrature Phase Shift Keying*), BFSK (*Binary Shift Keying*) coerente e não coerente, DPSK (*Differential Phase Shift Keying*) e  $\pi/4$  - DQPSK ( $\pi/4$  *Differential Quadrature Phase Shift Keying*).

Para atingirmos o objetivo proposto neste trabalho, será apresentado no **Capítulo 2** um resumo sobre os principais ambientes de propagação (Rayleigh, Rice

e Nakagami- $m$ ) em termos de modelos estatísticos que serão tratados posteriormente como casos especiais do modelo  $\kappa$ - $\mu$ . Também será tratado neste mesmo capítulo um resumo sobre análise de desempenho em termos de probabilidade de erro média com e sem diversidade para os canais anteriormente revisados. O objetivo deste capítulo é termos uma base teórica para confirmação dos resultados obtidos nos capítulos posteriores.

No **Capítulo 3** é feita uma descrição das principais características da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  bem como o desenvolvimento da FDP (*Função Densidade de Probabilidade*). Um importante resultado neste capítulo é o desenvolvimento de uma expressão fechada para a FDC (*Função Distribuição Cumulativa*) da referida distribuição para valores inteiros de  $\mu$ . O desenvolvimento da FDC constitui uma contribuição original desta dissertação.

A probabilidade de erro média para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é desenvolvida no **Capítulo 4**. São consideradas as principais modulações binárias e quaternárias em um canal lento e não seletivo em frequência. Os resultados deste capítulo são segunda contribuição original desta dissertação.

Para o mesmo canal considerado no Capítulo 3, são desenvolvidas no **Capítulo 5** expressões e gráficos da probabilidade de erro média utilizando a técnica de diversidade e combinação MRC. Como uma continuação do capítulo anterior, este capítulo constitui uma terceira contribuição original deste trabalho.

No **Capítulo 6** é apresentada a aplicação do Método da Aceitação-Rejeição para a geração de números aleatórios distribuídos de acordo com a distribuição de  $\kappa$ - $\mu$ , para quaisquer valores de  $\kappa$  e  $\mu$ . Com este capítulo, obtemos uma quarta contribuição original deste trabalho de dissertação.

Esse documento finaliza com um capítulo de considerações finais. No **Capítulo 7** são ainda abordados os aspectos de possíveis trabalhos futuros para a continuidade do trabalho desta dissertação.

## Capítulo II

### Ambientes de Propagação e Análise de Desempenho

#### 2.1 Introdução

Em sistemas de comunicações móveis pequenos deslocamentos espaciais podem resultar em grandes variações no nível do sinal recebido. A avaliação dos efeitos desses pequenos deslocamentos é feita através de métodos estatísticos.

Três fatores básicos [28] são considerados em um modelo estatístico de um sinal se propagando:

*Perdas de Percorso:* Está relacionado com o cálculo da média local do sinal recebido. Pode ser obtido através de modelos teóricos [29]: propagação no espaço livre, modelo do terreno plano e modelo de difração para um obstrução, ou através de métodos empíricos: Método de Okumura, [30] formulação de Hata [31], Método de Lee [32] e Método de Ibrahim-Parsons [33], Modelos de Difração (Modelo de Bullington [34], de Deygout [35] e de Giovaneli [36]) e Modelos de Reflexão (Altura Efetiva de Okumura [30] e Altura Efetiva de Lee [32]).

*Efeitos de Sombreamento:* São relativos às variações do sinal devido às obstruções no percurso transmissor - receptor. As variações ocorrem na média local do sinal, afetando apenas o desvanecimento de longo prazo.

*Efeitos de múltiplos percursos:* São causados devido às diversas ondas refletidas que se compõem na antena receptora. Estas ondas chegam por diferentes ângulos com diferentes tempos de propagação afetando apenas o desvanecimento de curto prazo do sinal.

Um ambiente de propagação pode ser descrito como uma combinação desses três fatores, dependendo das características do ambiente de propagação. Após a modelagem estatística do ambiente de propagação, esta será utilizada para o cálculo do desempenho em termos de probabilidade de erro de bit.

Neste capítulo, descreveremos os principais ambientes de propagação através de uma caracterização estatística. Também, será feita uma abordagem sobre a análise de desempenho em sistemas de comunicações móveis através da descrição da probabilidade de erro dos ambientes de propagação descritos neste capítulo. Será ainda feita uma análise da probabilidade de erro utilizando-se a técnica de diversidade.

## 2.2 Ambientes de propagação

Nesta seção, serão apresentados os diversos tipos de ambientes de propagação teóricos descritos por distribuições estatísticas de mesmo nome.

### 2.2.1 Ambiente Rayleigh

Um sinal se propagando em um ambiente Rayleigh tem a envoltória da sua componente de curto prazo modelada por uma distribuição de Rayleigh dada por [37]

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0, \quad (2.1)$$

onde  $r$  é a envoltória do sinal e  $\sigma^2$  é variância das componentes em fase e em quadratura que compõem o sinal  $r$ . Fazendo alteração de variáveis, podemos obter a distribuição de Rayleigh normalizada em relação ao valor *rms* (*root mean square*) dada por

$$p(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2), \quad (2.2)$$

onde  $\rho = r/\sqrt{\Omega}$  é a envoltória do sinal normalizada em relação ao valor *rms*  $\sqrt{\Omega}$ , sendo  $\Omega = E(r^2)$ , onde  $E(\cdot)$  é a esperança matemática.

Pode-se ainda descrever a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória  $\alpha$  distribuída de acordo com a FDP de Rayleigh através da relação  $\text{SNR}_{bit}$  (*Signal-to-Noise per bit*)  $\gamma_b$  dada por

$$\gamma_b = \alpha^2 \frac{E_b}{N_0}, \quad (2.3)$$

e do valor médio de  $\gamma_b$  dado por

$$\overline{\gamma_b} = \Omega \frac{E_b}{N_0}. \quad (2.4)$$

Portanto, através de uma transformação de variáveis, obtemos

$$p(\gamma_b) = \frac{1}{\gamma_b} \exp\left(-\frac{\gamma_b}{\overline{\gamma_b}}\right), \quad \gamma_b \geq 0. \quad (2.5)$$

Em um ambiente de propagação de Rayleigh, o sinal na recepção é composto exclusivamente de ondas refletidas com amplitudes equivalentes. Portanto, não deve existir uma onda dominante chegando na recepção, ou seja, não deve existir um linha de visada direta entre a transmissão e a recepção de acordo com o modelo estatístico de Rayleigh. No desenvolvimento teórico do ambiente de Rayleigh é considerado o fato dos ângulos de chegadas das múltiplas ondas refletidas na recepção serem condicionadas por uma distribuição uniforme de probabilidade, entre 0 e  $2\pi$  radianos. O modelo de desvanecimento Rayleigh, tipicamente, se ajusta bem com experimentos de sistemas móveis, onde não existe LOS entre o transmissor e receptor [38]. Esta modelagem também se aplica à propagação das ondas refletidas e refratadas através da troposfera [39] e ionosfera [40], [41] e os enlaces de rádio nas comunicações marítimas [42].

### 2.2.2 Ambiente Rice

A modelagem estatística feita a partir da distribuição de Rice é utilizada onde o sinal na recepção é composto pela combinação de uma onda dominante com diversas ondas refletidas de intensidade menor. A distribuição de Rice é dada por [37]

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{(r^2 + a^2)}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\frac{ra}{\sigma^2}\right), \quad r \geq 0. \quad (2.6)$$

onde  $a^2/2$  e  $\sigma^2$  são as potências das ondas direta e refletidas, respectivamente,  $I_0$  é a função Modificada de Bessel de ordem 0, definida como

$$I_0\left(\frac{ax}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{ax \cos\theta}{\sigma^2}\right) d\theta. \quad (2.7)$$

Fazendo a devida alteração de variáveis, podemos obter a distribuição de Rice normalizada em relação ao seu valor *rms*, dada por [43]

$$p(\rho; K) = \frac{2(1+K)}{\exp(K)} \rho \exp[-(1+K)\rho^2] I_0[2\sqrt{K(1+K)}\rho], \quad (2.8)$$

sendo  $K$  a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas, dada por

$$K = \frac{a^2}{2\sigma^2}. \quad (2.9)$$

No caso da inexistência de uma onda com potência predominante, ou seja,  $a = 0$ , leva a Equação (2.6) a uma distribuição de Rayleigh dado na Equação (2.1).

Fazendo a devida alteração de variáveis podemos obter a distribuição de Rice em função de  $\gamma_b$  e  $\overline{\gamma_b}$  dada por [43]

$$p(\gamma_b) = \frac{1+K}{\overline{\gamma_b}} \exp\left[-\frac{\gamma_b(1+K) + K\overline{\gamma_b}}{\overline{\gamma_b}}\right] I_0\left[\sqrt{\frac{4(1+K)K\overline{\gamma_b}}{\overline{\gamma_b}}}\right]. \quad (2.10)$$

Este tipo de desvanecimento é tipicamente observado em microcélulas em ambientes urbano e suburbano com LOS [44], picocélulas *indoor* [45] e ambientes de fábrica [46]. Também se aplica à componente LOS de satélites [47], [48] e comunicações marítimas entre embarcações [42].

### 2.2.3 Ambiente Nakagami- $m$

A distribuição de Nakagami- $m$  [6] foi introduzida para caracterizar o desvanecimento rápido da propagação de sinais de HF de longas distâncias. A distribuição é dada por

$$p(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\Omega} \right)^m r^{2m-1} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right), r \geq 0, \quad (2.11)$$

onde  $\Gamma(\cdot)$  é a função Gama definida como

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} x^{m-1} \exp(-x) dx, \quad (2.12)$$

e  $m$  é o fator de desvanecimento dado por

$$m = \frac{\Omega^2}{\text{Var}(r^2)}. \quad (2.13)$$

Através de uma transformação de variáveis podemos obter a Equação (2.11) normalizada em relação ao seu valor *rms* dado por

$$p(\rho) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp(-m\rho^2). \quad (2.14)$$

Fazendo  $m = 1$ , nós observamos que a Equação (2.14) resulta na distribuição de Rayleigh dada na Equação (2.2). Portanto, como observado por Nakagami, para valores de  $m > 1$  temos um desvanecimento menos severo, e para valores de  $m < 1$  temos um desvanecimento mais severo. Podemos ainda obter a distribuição de Nakagami- $m$  em função de  $\gamma_b$  e  $\overline{\gamma_b}$ , dada por

$$p(\gamma_b) = \frac{m^m}{\Gamma(m) \overline{\gamma_b}^m} \gamma_b^{m-1} \exp\left(-m \frac{\gamma_b}{\overline{\gamma_b}}\right). \quad (2.15)$$

A distribuição de Nakagami- $m$  possui melhor ajuste às comunicações móveis [8], [49], [50] e *indoor* [51], bem como aos enlaces de rádio ionosféricos [52].

### 2.3 Análise de Desempenho

Um método utilizado para determinar o desempenho em sistemas de comunicações é avaliar a probabilidade de erro. Por exemplo, a expressão para determinar a probabilidade de erro em um sistema binário com modulação BFSK

coerente como função da relação sinal - ruído (SNR – *Signal-to-Noise Ratio*) em um canal invariante no tempo é dada por [37]

$$P_{BFSK}(\gamma) = Q(\sqrt{\gamma}), \quad (2.16)$$

onde  $\gamma = \alpha^2 E_b/N_0$  é a relação - sinal ruído para um dado valor de  $\alpha$ ,  $Q(x)$  pode ser expresso em termos da função erro complementar da seguinte forma

$$Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right). \quad (2.17)$$

A probabilidade  $P_{BFSK}(\gamma)$  é vista como sendo uma probabilidade condicional, onde a condição é que  $\alpha$  é fixo. Para obtermos a probabilidade de erro quando o canal é variante no tempo, ou seja,  $\alpha$  é variável, devemos fazer a média de  $P_{BFSK}(\gamma)$  sobre a função densidade de probabilidade de  $\gamma$ . Ou seja, devemos avaliar a seguinte integral

$$P_e = \int_0^{\infty} P_{BFSK}(\gamma) p(\gamma) d\gamma, \quad (2.18)$$

onde  $p(\gamma)$  é a função densidade de probabilidade de  $\gamma$  quando  $\alpha$  é uma variável aleatória. De uma maneira mais geral, devemos avaliar a integral da Equação (2.19), onde  $P(\gamma)$  é a probabilidade para  $\alpha$  fixo para os diversos tipos de modulações dados na Tabela 2.1.

$$P_e = \int_0^{\infty} P(\gamma) p(\gamma) d\gamma. \quad (2.19)$$

Apresentaremos a seguir os resultados da análise de desempenho em termos de probabilidade de erro média com e sem diversidade, quando os sinais são transmitidos através de canais lentos e não seletivos em frequência. Os canais analisados são o de Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ . As modulações analisadas são BPSK, QPSK, OQPSK, BFSK coerente e não coerente, DPSK e  $\pi/4$  - DQPSK.

**Tabela 2.1**– Probabilidade de erro média para diferentes tipos de modulação em um canal invariante no tempo com ruído AWGN.

Modulação	$P(\gamma)$
BPSK, QPSK, OQPSK	$Q(\sqrt{2\gamma})$
BFSK Coerente	$Q(\sqrt{\gamma})$
BFSK Não coerente	$\exp(-\gamma/2)/2$
DPSK	$\exp(-\gamma)/2$
$\pi/4$ - DQPSK	$Q[\sqrt{4\gamma} \operatorname{sen}(\pi/4\sqrt{2})]$

### 2.3.1 Análise de desempenho no canal Rayleigh

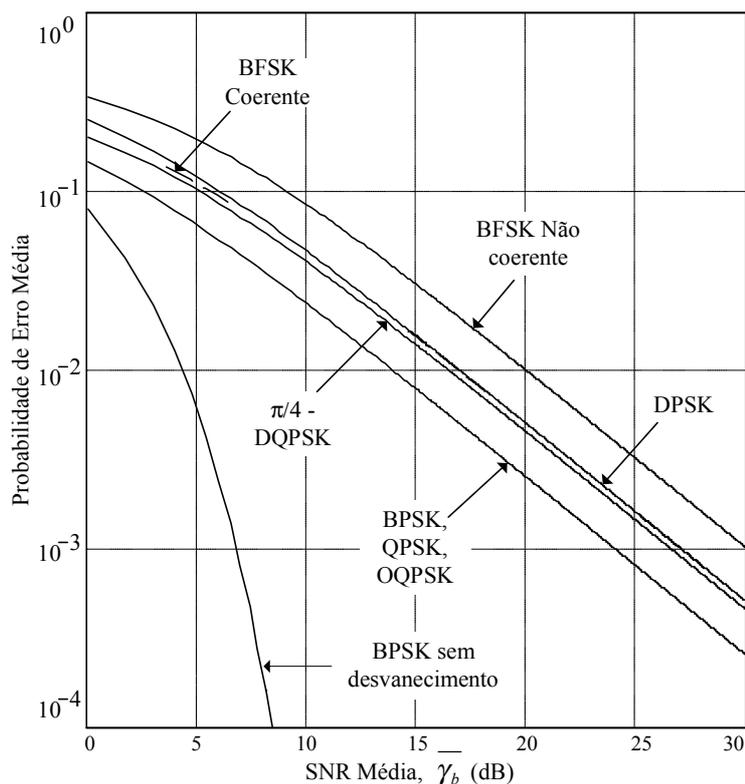
#### 2.3.1.1 Análise de desempenho no canal Rayleigh sem diversidade

A probabilidade de erro média em canais modelados de acordo com a distribuição Rayleigh para diversos tipos de modulações são apresentadas na Tabela 2.2 [37], [43]. Estas expressões fechadas para o cálculo da probabilidade de erro foram obtidas através do cálculo da integral da Equação (2.19), onde  $P(\gamma)$  e  $p(\gamma)$  são obtidos através da Tabela 2.1 para os diversos tipos de modulações e da Equação (2.5), respectivamente.

**Tabela 2.2** – Probabilidade de erro média em canais Rayleigh para diversos tipos de modulações.

Modulação	$P_e(\bar{\gamma}_b)$	$P_e(\bar{\gamma}_b)$ para $\bar{\gamma}_b \gg 1$
BPSK, QPSK, OQPSK	$\frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{1 + \bar{\gamma}_b}} \right)$	$\frac{1}{4\bar{\gamma}_b}$
BFSK Coerente	$\frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}_b}{2 + \bar{\gamma}_b}} \right)$	$\frac{1}{2\bar{\gamma}_b}$
BFSK Não coerente	$\frac{1}{2 + \bar{\gamma}_b}$	$\frac{1}{\bar{\gamma}_b}$
DPSK	$\frac{1}{2(1 + \bar{\gamma}_b)}$	$\frac{1}{2\bar{\gamma}_b}$
$\pi/4$ - DQPSK	$\frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{0,556\bar{\gamma}_b}{1 + 0,556\bar{\gamma}_b}} \right)$	$\frac{1}{2,224\bar{\gamma}_b}$

Na Figura 2.1, são apresentadas as curvas de desempenho descritas na Tabela 2.2. Observar que, para o desvanecimento Rayleigh, a probabilidade de erro passa a ter uma relação inversamente proporcional à relação SNR. Esta é uma situação típica para esquemas de modulações sem codificação onde a grande penalidade é a grande quantidade de energia necessária para se obter uma baixa probabilidade de erro média.



**Figura 2.1-** Desempenho de algumas modulações binárias e quaternárias em um canal Rayleigh.

### 2.3.1.2 Análise de desempenho no canal Rayleigh com diversidade

A probabilidade de erro média em canais Rayleigh com diversidade é dada por [37]

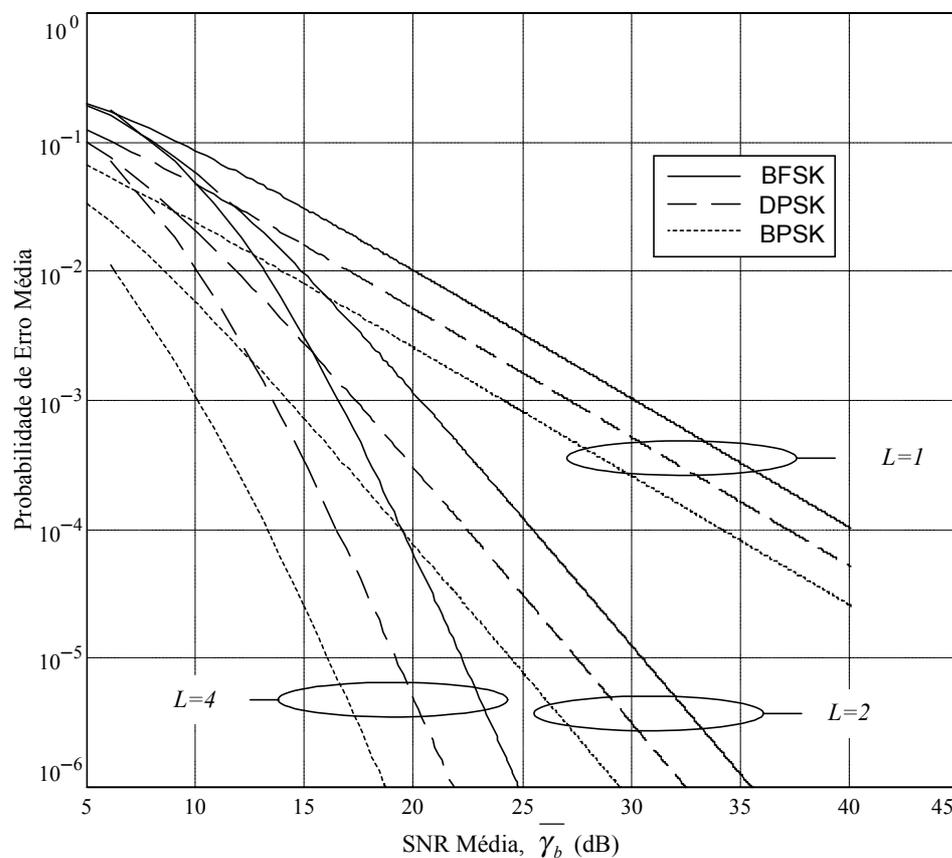
$$P_2(\varepsilon, L) = \left[ \frac{1}{2}(1 - \varepsilon) \right]^L \sum_{k=0}^{L-1} \binom{L-1+k}{k} \left[ \frac{1}{2}(1 + \varepsilon) \right]^k, \quad (2.20)$$

onde  $\varepsilon$  está definido para os diversos tipos de modulações na Tabela 2.3;  $\overline{\gamma_c}$  é a relação SNR média por canal e  $L$  é o número de canais de diversidade.

**Tabela 2.3** – Valor de  $\varepsilon$  para diversos tipos de modulações e probabilidade de erro média para valores de  $\overline{\gamma_c} > 10$  dB.

Modulação	$\varepsilon$	$P_2(L)$ para $\overline{\gamma_b} > 10$ dB
BPSK, QPSK, OQPSK	$\sqrt{\frac{\overline{\gamma_c}}{1+\overline{\gamma_c}}}$	$\left(\frac{1}{4\overline{\gamma_c}}\right)^L \binom{2L-1}{L}$
BFSK Coerente	$\sqrt{\frac{\overline{\gamma_c}}{2+\overline{\gamma_c}}}$	$\left(\frac{1}{2\overline{\gamma_c}}\right)^L \binom{2L-1}{L}$
BFSK Não coerente	$\frac{\overline{\gamma_c}}{2+\overline{\gamma_c}}$	$\left(\frac{1}{\overline{\gamma_c}}\right)^L \binom{2L-1}{L}$
DPSK	$\frac{\overline{\gamma_c}}{1+\overline{\gamma_c}}$	$\left(\frac{1}{2\overline{\gamma_c}}\right)^L \binom{2L-1}{L}$

A Figura 2.2 mostra, como exemplo, o gráfico de desempenho de algumas modulações binárias em canais com desvanecimento Rayleigh com diversidade.



**Figura 2.2** – Desempenho das modulações BFSK não coerente, DPSK e BPSK com diversidade.

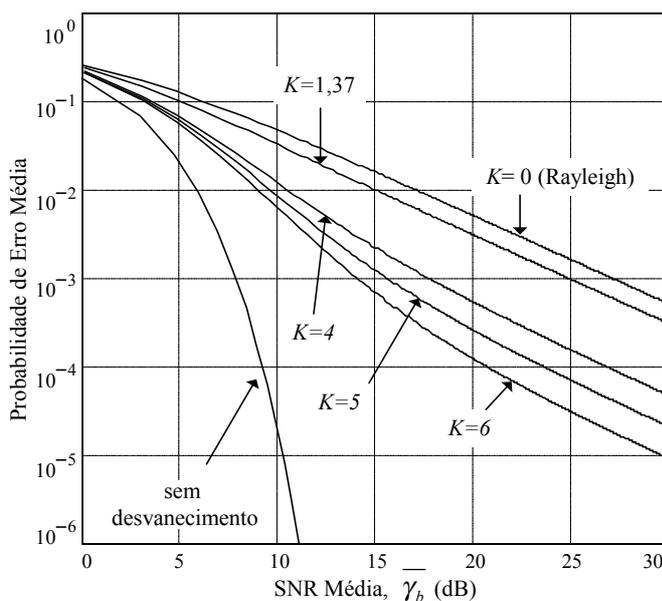
### 2.3.2 Análise de desempenho no canal Rice

A probabilidade de erro média em canais modelados de acordo com a distribuição Rice para diversos tipos de modulações são apresentadas na Tabela 2.4 [43]. Estas expressões fechadas para o cálculo da probabilidade de erro foram obtidas através do cálculo da integral da Equação (2.19), onde  $P(\gamma)$  e  $p(\gamma)$  são obtidos através da Tabela 2.1 para os diversos tipos de modulações e da Equação (2.10), respectivamente.

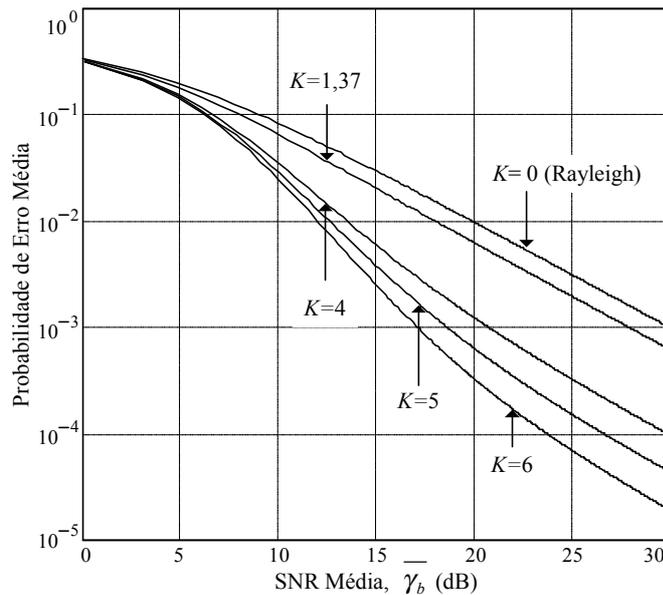
**Tabela 2.4**– Probabilidade de erro média em canais Rice para Modulações BFSK Não coerente e DPSK.

Modulação	$P_e(\bar{\gamma}_b)$
BFSK Não coerente	$\frac{K+1}{2(K+1)+\bar{\gamma}_b} \exp\left[-\frac{K\bar{\gamma}_b}{2(K+1)+\bar{\gamma}_b}\right]$
DPSK	$\frac{K+1}{2(K+1+\bar{\gamma}_b)} \exp\left(-\frac{K\bar{\gamma}_b}{K+1+\bar{\gamma}_b}\right)$

As modulações BPSK, QPSK, OQPSK, BFSK Coerente e  $\pi/4$  - DQPSK são avaliadas através de integração numérica da Equação (2.19). A Figura 2.3 e Figura 2.4 mostram, como exemplo, a probabilidade de erro média para as modulações DPSK e BFSK não coerente para diversos valores do parâmetro  $K$  definido na Equação (2.9).



**Figura 2.3** – Probabilidade de erro média em canais Rice para diversos valores de  $K$  e modulação DPSK.



**Figura 2.4** – Probabilidade de erro média em canais Rice para diversos valores de  $K$  e modulação BFSK não coerente.

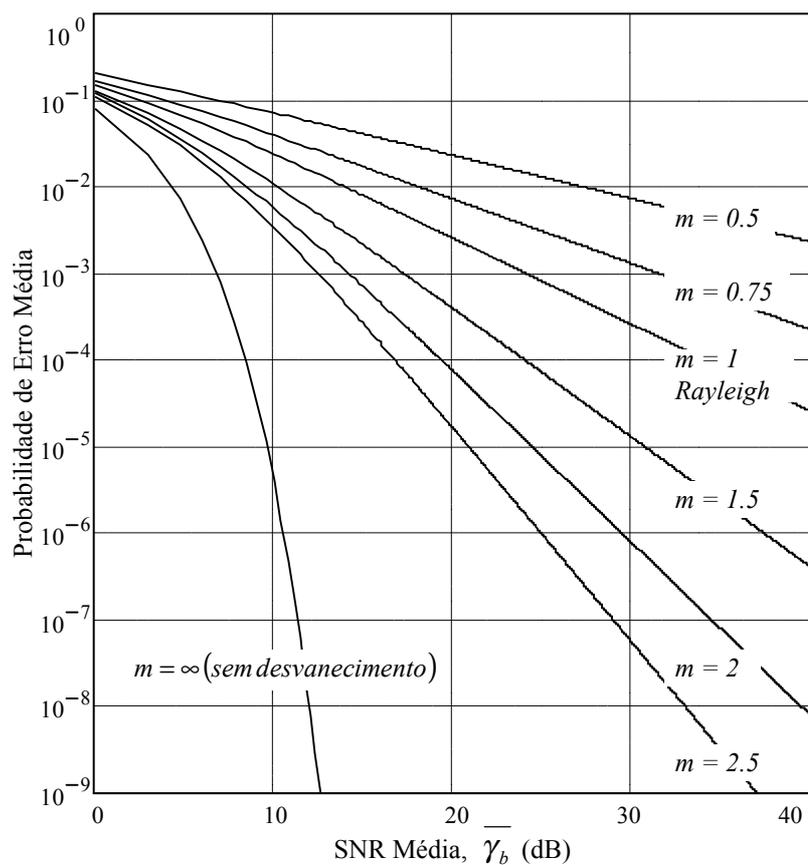
### 2.3.3 Análise de desempenho no canal Nakagami- $m$

#### 2.3.3.1 Análise de desempenho no canal Nakagami- $m$ sem diversidade

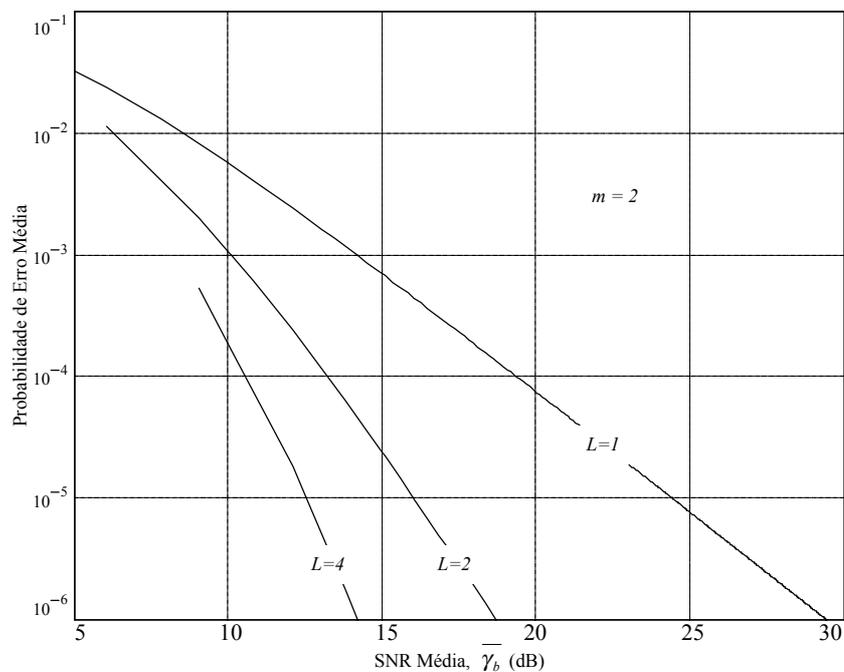
A probabilidade de erro média em canais modelados de acordo com a distribuição Nakagami- $m$  para diversos tipos de modulações será avaliada através de integração numérica da Equação (2.19). A Figura 2.5 mostra, como exemplo, a probabilidade de erro média para a modulação binária BPSK para diversos valores do parâmetro  $m$  definido na Equação (2.13).

#### 2.3.3.2 Análise de desempenho no canal Nakagami- $m$ com diversidade

A probabilidade de erro média em canais Nakagami- $m$  com diversidade pode ser obtida através da Equação (2.20) fazendo-se  $L = Nm$ , conforme demonstrado em [37], onde  $N$  é o número de canais na distribuição Nakagami- $m$  e  $m$  deve ser inteiro. A Figura 2.6 demonstra, como exemplo, as curvas de probabilidade para um dado valor de  $m$  e modulação.



**Figura 2.5** – Probabilidade de erro média para BPSK com desvanecimento Nakagami- $m$ .



**Figura 2.6** – Probabilidade de erro média para BPSK com desvanecimento Nakagami- $m$  utilizando a técnica de diversidade para  $m = 2$ .

## 2.4 Conclusão

Como pôde ser observado, a inclusão de um canal variante no tempo, como os canais de Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$  citados neste capítulo, produz uma considerável degradação no sistema de comunicação digital em termos de probabilidade de erro. Uma alternativa de combate à queda de desempenho seria o aumento da potência de transmissão, ou seja, o aumento da relação SNR de maneira a manter a mesma probabilidade de erro. Como exemplo, para mantermos a probabilidade de erro de  $10^{-3}$  se comparado a um canal AWGN seria necessário um acréscimo em torno de 18 dB na potência de transmissão na modulação BPSK em um canal Rayleigh. Esta alternativa é freqüentemente inviável devido à limitação da potência dos transmissores. Uma segunda alternativa, não apresentada nesta dissertação, seria a utilização de algum tipo de código, tais como Códigos de Bloco, *Turbo Coding* e TCM (*Trellis-Coded Modulation*) que, apesar da grande eficiência em diminuir a probabilidade de erro em canais com desvanecimento, requer grande complexidade na implantação e/ou uma expansão na largura de faixa. A alternativa, apresentada neste capítulo, é a utilização da técnica de diversidade na recepção. Como demonstrado na Figura 2.2, se o sistema possuir apenas dois ramos de diversidade, reduz-se em 10 dB a potência de transmissão para manter a probabilidade de erro de  $10^{-3}$ . Estes ramos de diversidade podem ser a utilização de duas antenas receptoras separadas de  $\lambda/2$  na ERB (Estação Rádio Base) em um sistema celular.

Este capítulo apresentou um breve resumo sobre as distribuições estatísticas mais utilizadas na modelagem de canais em sistemas de transmissão digital. Foram ainda apresentadas algumas expressões e gráficos da probabilidade de erro média com e sem diversidade para as distribuições Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ . Os assuntos aqui tratados servirão de base para confirmarmos as expressões posteriormente deduzidas para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  nos Capítulos 4 e 5.

## Capítulo III

### Ambiente $\kappa$ - $\mu$

#### 3.1 Introdução

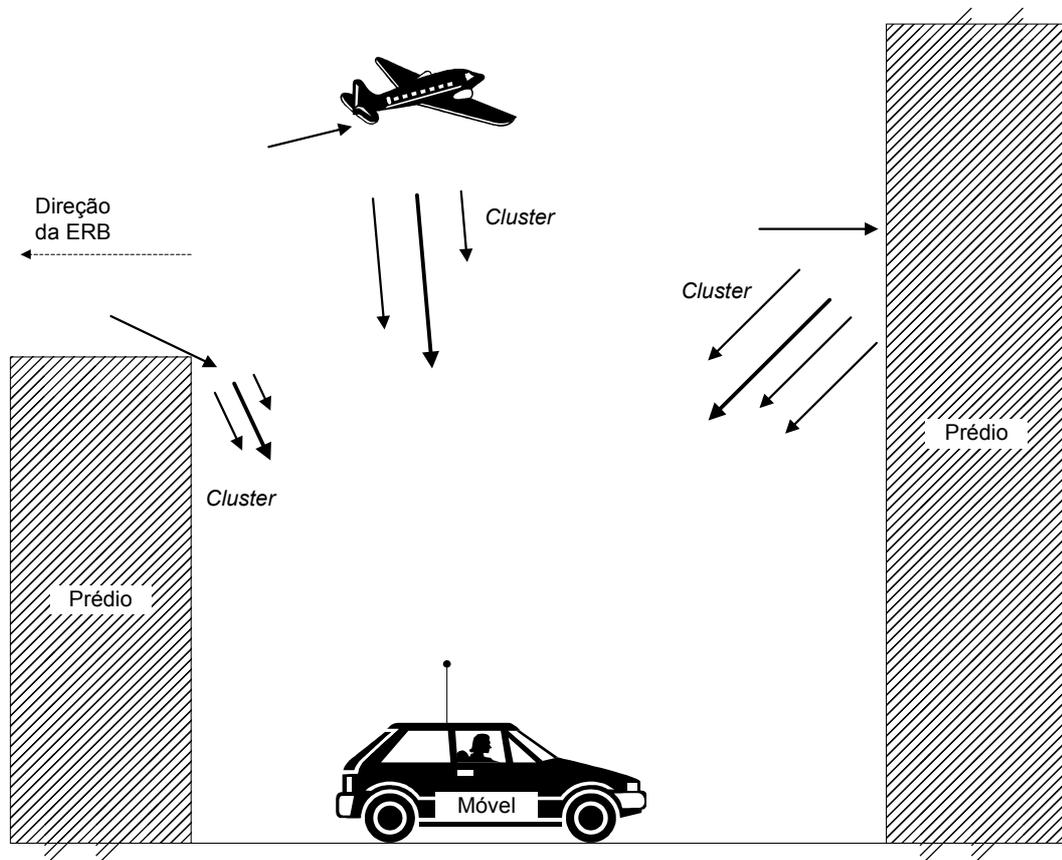
As distribuições mais conhecidas, tais como Nakagami- $m$ , Rice e Rayleigh, são modeladas a partir da hipótese de um campo de espalhamento homogêneo. Por um campo de espalhamento homogêneo, as seguintes características são normalmente aceitas como válidas [50]:

- Grande número de ondas parciais,
- Amplitudes das ondas parciais idênticas,
- Nenhuma correlação entre as diferentes ondas parciais,
- Nenhuma correlação entre fase e amplitude de uma onda parcial e
- Distribuição de fase homogênea entre  $[0, 2\pi]$ .

Estas características descrevem um campo de espalhamento difuso homogêneo, resultante de pontos de espalhamento distribuídos aleatoriamente. Se supusermos a existência de apenas um *cluster*, ou seja, um conjunto de ondas espalhadas, a distribuição de Rayleigh pode ser obtida. Se, dentro deste *cluster*, existir uma onda proveniente dos múltiplos percursos com potência predominante sobre as demais componentes, teremos o ambiente modelado pela distribuição de Rice. O sinal de Nakagami- $m$  pode ser entendido como um conjunto de *clusters*, sendo que dentro de cada *cluster* as fases das ondas espalhadas são aleatórias e tem atrasos temporais semelhantes e, entre os diferentes *clusters*, o espalhamento ou o atraso entre as ondas é relativamente grande.

Na modelagem a partir da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  [10] o ambiente é considerado não homogêneo. O sinal é composto de vários *clusters* com ondas provenientes dos

múltiplos percursos. Dentro de cada *cluster*, as fases das ondas são aleatórias e tem atrasos temporais semelhantes e, entre os vários *clusters*, os atrasos das ondas são relativamente grandes. Por hipótese, assume-se que as ondas dos múltiplos percursos dos vários *clusters* possuem potências idênticas, mas dentro de cada *cluster* existe uma componente dominante de potência arbitrária. O ambiente Log-Normal também pode ser aproximado. Trata-se as distribuições Nakagami- $m$ , Rice and Rayleigh como casos especiais da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . A Figura 3.1 ilustra o mecanismo de propagação em um ambiente de propagação  $\kappa$ - $\mu$  onde podemos ter um grande número de *cluster*.



**Figura 3.1** – Ilustração do mecanismo de propagação em um ambiente  $\kappa$ - $\mu$ .

### 3.2 Desenvolvimento da FDP de $\kappa$ - $\mu$

Seja a envoltória  $r$  do sinal recebido descrita pelas suas componentes em fase e quadratura

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (x_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i + q_i)^2, \quad (3.1)$$

onde  $x_i$  e  $y_i$  são processos aleatórios independentes com função densidade de probabilidade Gaussiana com média zero e variância  $\sigma^2$  do  $i$ -ésimo *cluster*. As constantes  $p_i$  e  $q_i$  são, respectivamente, o valor médio da componente em fase e quadratura da onda do *cluster*  $i$ .

Temos que encontrar, portanto, a FDP  $p(r^2)$ . Sejam  $\xi_i = (x_i + p_i)^2$  e  $\psi_i = (y_i + q_i)^2$  variáveis estatisticamente independentes. Encontra-se as FDP  $p(\xi_i)$  e  $p(\psi_i)$  fazendo-se a alteração das variáveis  $x_i$  e  $y_i$  para as variáveis  $\xi_i$  e  $\psi_i$  respectivamente. Ou seja, avaliar a seguinte expressão

$$p(\xi_i)d\xi_i = p(x_i)dx_i, \quad (3.2)$$

para a variável  $x_i$  e

$$p(\psi_i)d\psi_i = p(y_i)dy_i, \quad (3.3)$$

para a variável  $y_i$ . Obtêm-se então, após algumas manipulações algébricas

$$p(\lambda_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_i}\sigma} \exp\left(-\frac{\lambda_i + s_i^2}{2\sigma^2}\right) \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_i}s_i}{\sigma^2}\right), \quad (3.4)$$

onde  $\lambda_i = \xi_i$  e  $s_i = p_i$  ou  $\lambda_i = \psi_i$  e  $s_i = q_i$ .

De maneira simplificada, pode-se descrever a FDP  $p(\lambda_i)$  do sinal complexo através do produto das funções características das componentes em fase e quadratura. Como descrito em [37] pode-se encontrar a função característica através da Transformada de Laplace da FDP. Calculando a Transformada de Laplace da Equação (3.4) obtemos

$$L[p(\lambda_i)] = \frac{1}{\sqrt{1+2\sigma^2s}} \exp\left(-\frac{ss_i^2}{1+2\sigma^2s}\right) \quad (3.5)$$

onde  $s$  é a variável complexa de Laplace.

Já que o sinal recebido é constituído de  $n$  elementos em fase e  $n$  elementos da componente em quadratura, fazemos a multiplicação dos  $2n$  elementos da FDP das componentes em fase e quadratura, resultando

$$L[p(r^2)] = \frac{1}{(1 + 2\sigma^2 s)^n} \exp\left[-\frac{s \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{1 + 2\sigma^2 s}\right]. \quad (3.6)$$

Como queremos obter o comportamento do sinal recebido no domínio do tempo, temos que obter a inversa da Equação (3.6). De [53] a Transformada Inversa de Laplace é dada por

$$p(r^2) = \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{r^2}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp\left[-\frac{r^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2}\right] I_{n-1} \left[ \frac{\sqrt{r^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right], \quad (3.7)$$

sendo  $I_\nu(\cdot)$  a função de Bessel Modificada de ordem arbitrária  $\nu$ .

Aplicando-se a esperança,  $E(\cdot)$ , na Equação (3.1) e considerando que  $x_i$  e  $y_i$  são processos aleatórios independentes com função densidade de probabilidade Gaussiana com média zero e variância  $\sigma^2$ , pode-se provar que o valor quadrático médio é

$$E(r^2) = 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2), \quad (3.8)$$

e ainda

$$E(r^4) = 4n\sigma^4 + 4\sigma^4 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) + \left[ 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) \right]^2, \quad (3.9)$$

e a variância da potência é dada por

$$Var(r^2) = 4n\sigma^2 + 4\sigma^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2). \quad (3.10)$$

Elevando-se a Equação (3.8) ao quadrado e dividindo o resultado pela Equação (3.10), obtêm-se

$$\frac{E^2(r^2)}{Var(r^2)} = n \times \frac{(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa}, \quad (3.11)$$

sendo  $\kappa$ , por definição a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das componentes espalhadas, dada por

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2n\sigma^2}. \quad (3.12)$$

A constante  $n$ , ou seja, o número de *clusters*, pode ser totalmente definida pela Equação (3.11) em função dos parâmetros físicos valor médio quadrático, variância e a razão entre a potência total da componente dominante e a potência total das ondas espalhadas. Apesar destes parâmetros serem de natureza contínua, o parâmetro  $n$  é de natureza discreta. Assim, como as demais distribuições que modelam canais em comunicações digitais, a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é uma aproximação ao chamado problema da fase aleatória [6]. De fato o valor de  $n$  deve ser avaliado a partir dos parâmetros da Equação (3.11), já que na prática temos um ambiente não homogêneo como definido na Seção 3.1. Definindo  $\mu$  como sendo a extensão no real de  $n$  obtemos

$$\mu = \frac{E^2(r^2)}{Var(r^2)} \times \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}. \quad (3.13)$$

Foi observado experimentalmente por Nakagami [6] que

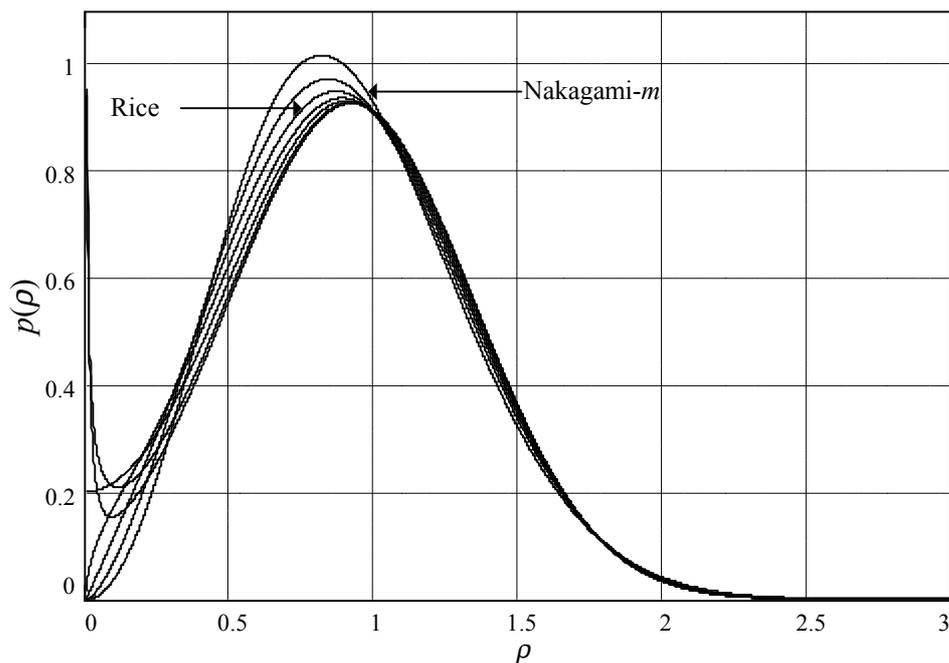
$$\frac{E^2(r^2)}{Var(r^2)} \geq \frac{1}{2} \quad (3.14)$$

Logo, para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , temos

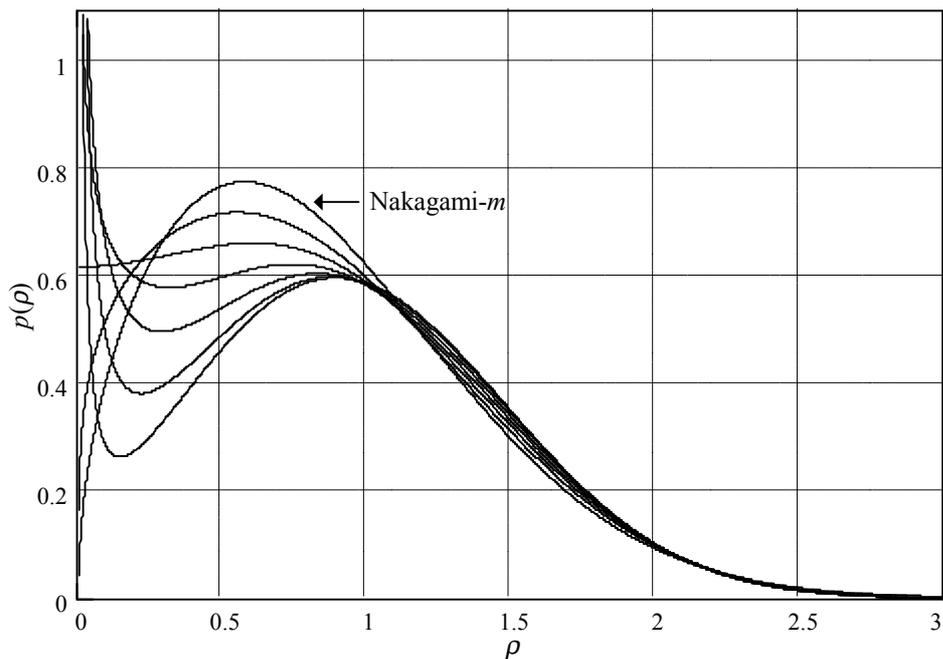
$$\frac{\mu(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa} \geq \frac{1}{2}, \quad (3.15)$$

onde  $\kappa \geq 0$  e  $\mu \geq 0$ . Utilizando-se as definições acima e após algumas mudanças de variáveis e manipulações algébricas, obtêm-se a FDP da envoltória do sinal recebido dada por





**Figura 3.2**– Função Densidade de Probabilidade da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  quando  $m=1,5$ .



**Figura 3.3**– Função Densidade de Probabilidade da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  quando  $m=0,75$ .

### 3.2.1.2 FDP da distribuição $\kappa$ - $\mu$ em função de $w$ .

Para um sinal com desvanecimento com potência  $w = r^2/2$  e potência média  $\bar{w} = E(w)$ , a FDP da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , a partir da Equação (3.16) e após transformações de variáveis, é dada por

$$p(w; \bar{w}, \mu, \kappa) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{w}{\bar{w}}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{w}{\bar{w}}\right)\right] \times I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{w}{\bar{w}}\right)\right] \quad (3.19)$$

Ainda podemos expressar a Equação (3.13) em função de  $w$  como

$$\mu = \frac{1}{\text{Var}(w^2)} \times \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}. \quad (3.20)$$

### 3.2.1.3 FDP da distribuição $\kappa$ - $\mu$ em função de $\omega$

Para um sinal com desvanecimento com potência normalizada  $\omega = w/\bar{w}$ , a FDP da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , a partir da Equação (3.19) e após transformações de variáveis, é dada por

$$p(\omega; \mu, \kappa) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} (\omega)^{\frac{\mu-1}{2}} \exp[-\mu(1+\kappa)\omega] \times I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\omega\right] \quad (3.21)$$

### 3.2.1.4 FDP da distribuição $\kappa$ - $\mu$ em função de $\gamma$

Sendo  $\gamma$  e  $\bar{\gamma}$  conforme definidos nas Equações (2.3) e (2.4), respectivamente, podemos definir a FDP da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  em função na relação SNR média. A partir da Equação (3.16) e após transformações de variáveis obtemos a expressão a seguir. Esta expressão é largamente utilizada no cálculo da probabilidade de erro média conforme será demonstrado nos Capítulos 4 e 5.

$$p(\gamma; \bar{\gamma}, \mu, \kappa) = \frac{\mu}{\exp(\mu\kappa)} \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \left(\frac{1+\kappa}{\bar{\gamma}}\right)^{\frac{\mu+1}{2}} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right] \times I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right] \quad (3.22)$$

### 3.3 Relação entre os parâmetros $\kappa$ , $\mu$ e $m$

Usualmente, define-se:

$$m = \frac{E^2(r^2)}{\text{Var}(r^2)}, \quad (3.23)$$

que é o parâmetro utilizado na distribuição Nakagami- $m$ . Logo pode-se definir uma relação entre  $m$ ,  $\kappa$  e  $\mu$ , a partir das Equações (3.13) e (3.23), dada por

$$m = \frac{\mu(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa}. \quad (3.24)$$

Para um dado valor de  $m$ , pode-se definir a faixa de variação de  $\mu$  quando  $\kappa$  varia de 0 até  $\infty$ . Ou seja,

$$0 \leq \mu \leq m. \quad (3.25)$$

De maneira análoga, para um dado valor de  $\mu$  pode-se definir o valor de  $\kappa$  dentro da faixa de variação de  $\mu$ , isolando  $\kappa$  na Equação (3.24), dado por

$$\kappa = \frac{m}{\mu} - 1 + \sqrt{\frac{m}{\mu} \left( \frac{m}{\mu} - 1 \right)}. \quad (3.26)$$

### 3.4 Relação entre a distribuição $\kappa$ - $\mu$ e outras distribuições

A distribuição de Rice é obtida a partir da Equação (3.17) ajustando-se o parâmetro  $\mu = 1$ , ou seja, apenas um *cluster*, reduzindo-se a

$$p(\rho; \kappa) = \frac{2(1 + \kappa)}{\exp(\kappa)} \rho \exp[-(1 + \kappa)\rho^2] I_0[2\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}\rho], \quad (3.27)$$

que é a FDP de Rice normalizada em relação ao valor *rms*, tal qual expressa pela Equação (2.8). Neste caso a constante  $\kappa$  coincide com a constante  $K$  dada na Equação (2.9).

A distribuição de Rayleigh é obtida fazendo-se  $\kappa = 0$  na Equação (3.27). Ou seja,  $\mu = 1$  e  $\kappa \rightarrow 0$ , resultando em

$$p(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2), \quad (3.28)$$

que é a FDP de Rayleigh normalizada em relação ao valor *rms* tal qual definida na Equação (2.2).

O sinal Nakagami- $m$  pode ser entendido como a composição de *clusters* de ondas dos múltiplos percursos sem qualquer componente dominante em qualquer *cluster*. Então, se fizermos  $\kappa=0$  na FDP de  $\kappa$ - $\mu$  poderíamos esperar obter a distribuição de Nakagami- $m$ . Entretanto o que acontece para este caso é que temos uma indeterminação (zero dividido por zero). Para pequenos argumentos da função de Bessel a relação  $I_{\mu-1}(z) \approx (z/2)^{\mu-1}/\Gamma(\mu)$  é uma aproximação válida [53]. Utilizando esta aproximação na Equação (3.17) e depois de algumas manipulações algébricas resulta em

$$p(\rho) = \frac{2\mu^\mu (1+\kappa)^{\frac{\mu}{2}}}{\exp(\mu\kappa)\Gamma(\mu)} \rho^{2\mu-1} \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2], \quad (3.29)$$

e fazendo  $\kappa \rightarrow 0$  resulta na Equação (3.30) que é a FDP da Nakagami- $m$ . Neste caso, o parâmetro  $\mu$  coincide com o já conhecido parâmetro  $m$  de Nakagami.

$$p(\rho) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)} \rho^{2\mu-1} \exp(-\mu\rho^2). \quad (3.30)$$

### 3.5 Desenvolvimento da FDC de $\kappa$ - $\mu$

A FDC é calculada através da seguinte expressão

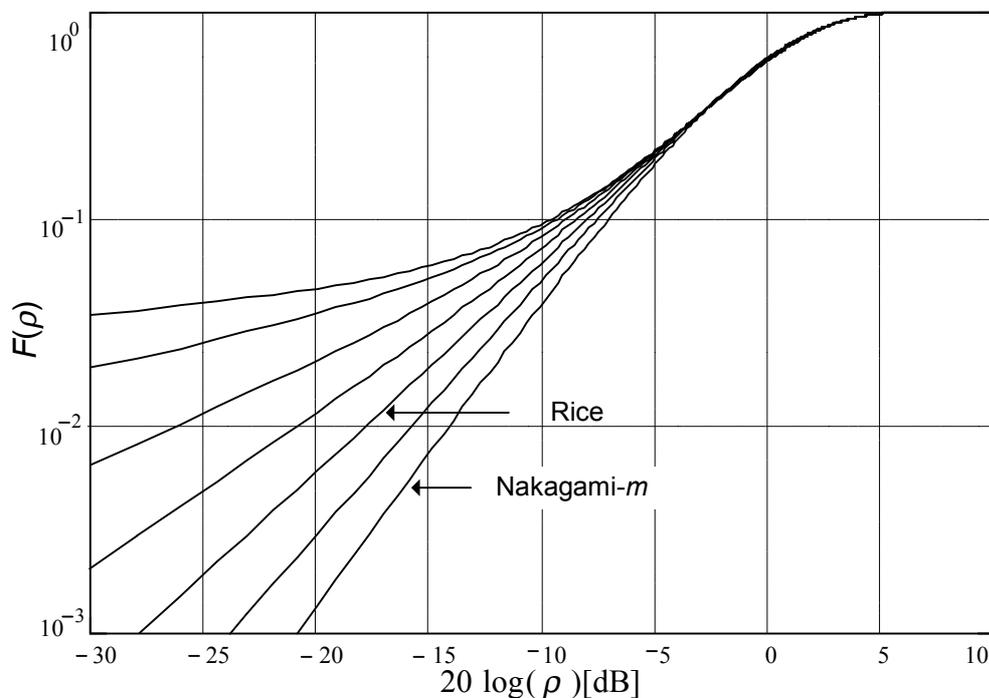
$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x p(u) du, \quad -\infty < x < \infty. \quad (3.31)$$

Para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  a partir da Equação (3.17) obtemos a seguinte integral

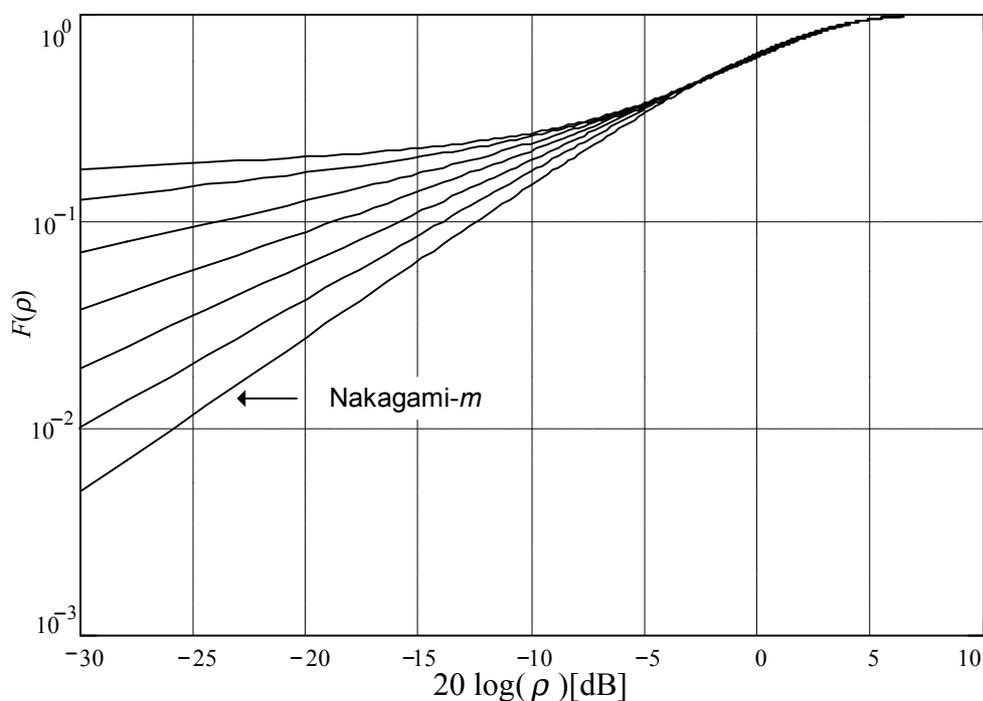
$$F(\rho; \kappa, \mu) = \int_0^\rho \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} y^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)y^2] I_{\mu-1}[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}y] dy. \quad (3.32)$$

Esta integral pode ser manipulada na forma da função Gama incompleta. Para valores de  $\mu$  que não sejam inteiros a integral da Equação (3.32) deve ser avaliada numericamente já que não conseguimos desenvolver e encontrar uma expressão

fechada. A Figura 3.4 e Figura 3.5 descrevem a FDC para os valores de  $\kappa$ ,  $\mu$  e  $m$  descritos na Tabela 3.1 e Tabela 3.2. Para valores inteiros de  $\mu$ , é possível encontrar uma expressão fechada para a FDC da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  conforme descrito a seguir.



**Figura 3.4** – Função Distribuição Cumulativa da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  quando  $m=1,5$ .



**Figura 3.5** – Função Distribuição Cumulativa da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  quando  $m=0,75$ .

### 3.5.1 Desenvolvimento da FDC de $\kappa$ - $\mu$ para valores inteiros de $\mu$

A função de Bessel Modificada da Equação (3.32) pode ser representada através de uma série infinita da forma [53]

$$I_\nu(x) = \sum_{k=0}^M \frac{(x/2)^{\nu+2k}}{k! \Gamma(\nu+k+1)}, \quad (3.33)$$

onde  $M$  é feita grande suficiente para que a série possa convergir para a função de Bessel para qualquer  $x \geq 0$ . Substituindo a série infinita da Equação (3.33) e após algumas manipulação algébricas obtemos

$$F(\rho; \kappa, \mu) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \left\{ \begin{aligned} & \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} \int_0^\rho y^{2\mu-1} \exp[-\mu(1+\kappa)y^2] dy + \\ & \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu+1}}{\Gamma(\mu+1)} \int_0^\rho y^{2\mu+1} \exp[-\mu(1+\kappa)y^2] dy + \dots \\ & \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1+2M}}{M! \Gamma(\mu+M)} \int_0^\rho y^{2\mu-1+2M} \exp[-\mu(1+\kappa)y^2] dy \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Fazendo uma mudança de variável da forma  $u = \mu(1+\kappa)^2$  e considerando que a função gama incompleta é definida por [53]

$$P(a, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x \exp(-t) t^{a-1} dt, \quad (3.35)$$

a FDC poder ser escrita a partir da Equação (3.34) como

$$F(\rho; \kappa, \mu) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \times \left\{ \begin{aligned} & \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1}}{2[\mu(1+\kappa)]^\mu} P[\mu, \mu(1+\kappa)\rho^2] + \\ & \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu+1}}{2[\mu(1+\kappa)]^{\mu+1}} P[\mu+1, \mu(1+\kappa)\rho^2] + \dots \\ & \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1+2M}}{2M! [\mu(1+\kappa)]^{\mu+M}} P[\mu+M, \mu(1+\kappa)\rho^2] \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

ou de uma maneira simplificada a FDC da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  quando  $\mu$  é um inteiro é dada por

$$F(\rho; \kappa, \mu) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \sum_{j=0}^M \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1+2j}}{2j! [\mu(1+\kappa)]^{\mu+j}} P[\mu+j, \mu(1+\kappa)\rho^2] \quad (3.37)$$

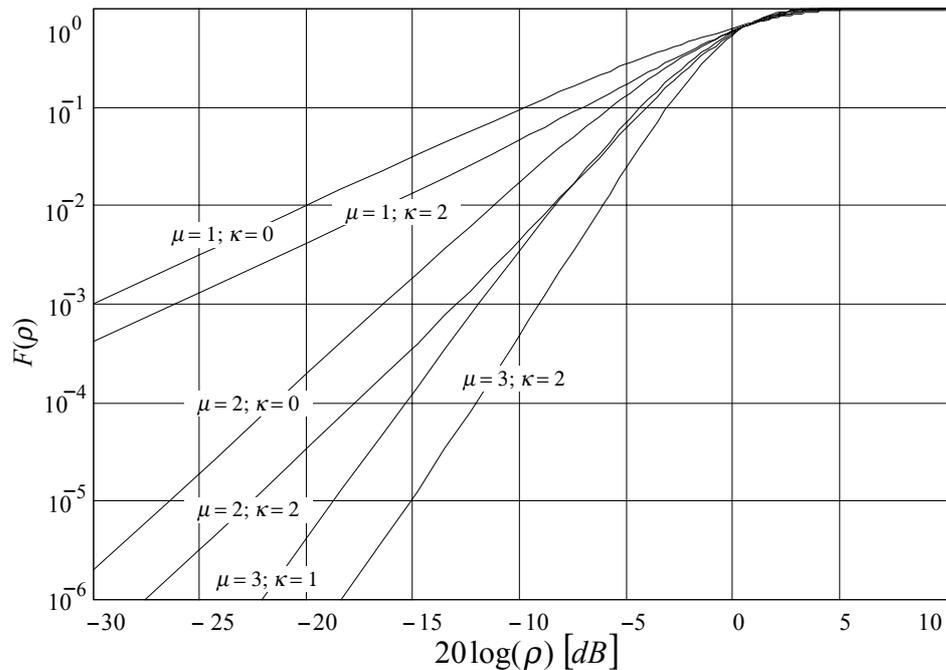
A função Gama incompleta por ser representada por [53]

$$P(a, x) = 1 - \exp(-x) \sum_{k=0}^{a-1} \frac{x^k}{k!}. \quad (3.38)$$

Substituindo (3.38) em (3.37) obtemos uma nova representação da FDC para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  quando  $\mu$  é um inteiro

$$F(\rho; \kappa, \mu) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \sum_{j=0}^M \left\{ \frac{[\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1+2j}}{2j! [\mu(1+\kappa)]^{\mu+j}} \times \left[ 1 - \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] \sum_{i=0}^{\mu+j-1} \frac{[\mu(1+\kappa)\rho^2]^i}{i!} \right] \right\} \quad (3.39)$$

A Figura 3.6 mostra vários gráficos da FDC de  $\kappa$ - $\mu$  para  $\mu = 1, 2, e 3$  e  $\kappa \rightarrow 0$ , e para  $\mu = 1, 2$  e  $3$  e  $\kappa \rightarrow 2$  obtidos da Equação (3.39). Para fins práticos  $M$  pode assumir pequenos valores como, por exemplo, 7. Neste caso, a curva teórica é visualmente igual à curva gerada pela Equação (3.39).



**Figura 3.6** – Função Distribuição Cumulativa da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  para alguns valores inteiros de  $\mu$ .

### 3.6 Conclusão

Este capítulo apresentou a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  que pode ser utilizada para melhor representar as variações de curto prazo do sinal recebido com desvanecimento. A distribuição  $\kappa$ - $\mu$  inclui a distribuição de Rayleigh e, de uma maneira mais geral, as distribuições de Nakagami- $m$  e de Rice como casos especiais da distribuição  $\kappa$ - $\mu$ , sendo os parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$  mais abrangentes que os conhecidos parâmetros de Rice,  $K$ , e de Nakagami- $m$ ,  $m$ . O parâmetro  $\kappa$  pode se tornar, em um caso particular, o parâmetro de Rice,  $K$ . O parâmetro  $\mu$  pode se tornar, em um caso particular, o parâmetro de Nakagami- $m$ ,  $m$ .

Foi ainda apresentada, a partir da função Gama Incompleta, uma expressão fechada para a FDC quando  $\mu$  assume valores reais inteiros. A FDC é frequentemente utilizada em várias áreas das comunicações digitais, tais como o cálculo da duração média de desvanecimento e a taxa de cruzamento de limiar.

## Capítulo IV

### **Análise de Desempenho de Modulações Binárias e Quaternárias em um canal $\kappa$ - $\mu$ com Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Freqüência.**

#### **4.1 Introdução**

Em projetos de sistemas de comunicações digitais, é importante a análise de *trade-off*. O projetista deve avaliar um ou mais dos seguintes critérios, conforme relacionado em [55], [56]:

1. Maximizar a taxa de transmissão de bit,
2. Minimizar a probabilidade de erro de bit,
3. Minimizar a potência de transmissão necessária,
4. Minimizar a banda necessária,
5. Confiabilidade, ou
6. Minimizar a complexidade do sistema com objetivo de diminuir o custo.

Vamos examinar a probabilidade de erro média relacionada com a relação SNR, sendo esta diretamente proporcional à potência de transmissão. Neste capítulo, trataremos com a probabilidade de erro de bit em canais lento e não seletivo em freqüência, ou seja, plano. O canal em estudo é modelado de acordo com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  descrito no Capítulo 3. A análise será feita para modulações binárias (BPSK, BFSK Coerente, BFSK Não coerente, DPSK) e quaternárias (QPSK, OQPSK,  $\pi/4$  - DQPSK).

## 4.2 Probabilidade de erro média para o canal $\kappa$ - $\mu$

Em nossa análise, será necessário o uso de  $p(\gamma)$  que é a probabilidade de erro média como um função da relação SNR recebida. Esta é a Equação (3.22) que é aqui reproduzida

$$p(\gamma; \bar{\gamma}, \mu, \kappa) = \frac{\mu}{\exp(\mu\kappa)} \left(\frac{\gamma}{\kappa}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \left(\frac{1+\kappa}{\bar{\gamma}}\right)^{\frac{\mu+1}{2}} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right] \times I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}}\right], \quad (4.1)$$

onde  $\bar{\gamma} = E(r^2)E_b/N_0$  é a relação SNR média de  $\gamma$  e  $r$  a envoltória do sinal distribuído de acordo com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . Para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  é necessário avaliar a seguinte integral, conforme descrito na Seção 2.3,

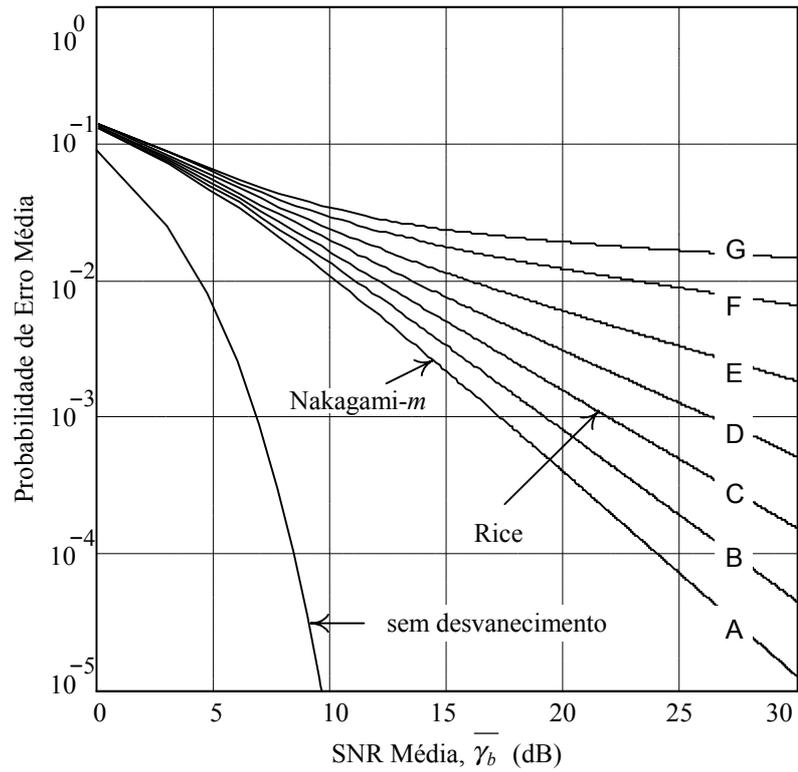
$$P_e = \int_0^{\infty} P_e(\gamma) p(\gamma; \bar{\gamma}, \mu, \kappa) d\gamma, \quad (4.2)$$

sendo  $P_e$  a probabilidade de erro média de bit ou símbolo,  $p(\gamma; \bar{\gamma}, \mu, \kappa)$  a FDP da distribuição  $\kappa$ - $\mu$  definida na Equação (4.1) e  $P_e(\gamma)$  está definida na Tabela 2.1 para diferentes tipos de modulações. Substituindo as expressões da Tabela 2.1 e a Equação (4.1) na Equação (4.2) encontramos as seguintes integrais para o cálculo da probabilidade de erro média de cada tipo de modulação

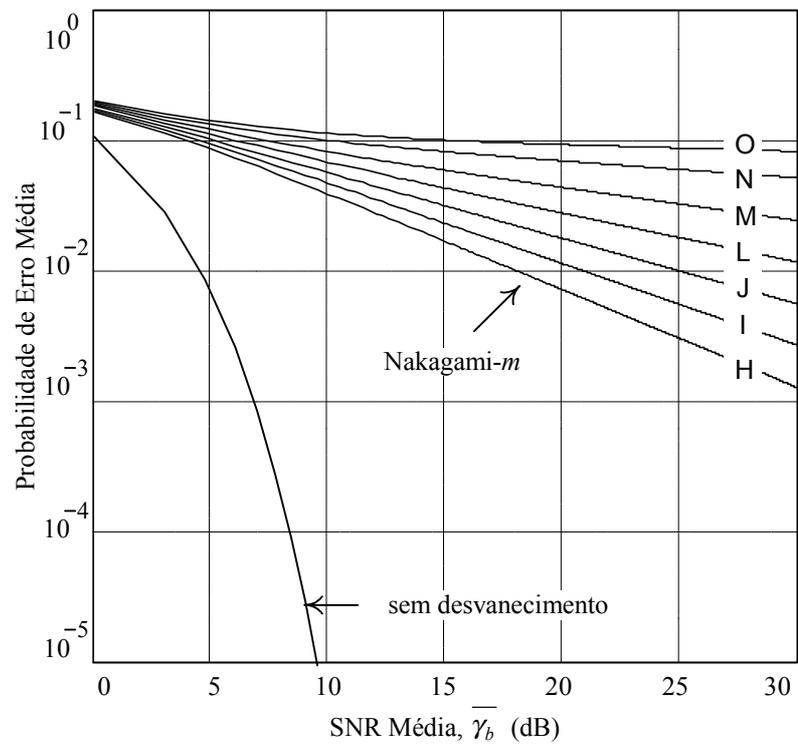
$$P_e(\text{BPSK} - \text{QPSK} - \text{OQPSK}) = \int_0^{\infty} Q(2\gamma_b) \frac{\mu}{\exp(\mu\kappa)} \left(\frac{\gamma_b}{\kappa}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \left(\frac{1+\kappa}{\gamma_b}\right)^{\frac{\mu+1}{2}} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\frac{\gamma_b}{\gamma_b}\right] \times I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)\frac{\gamma_b}{\gamma_b}}\right] d\gamma_b, \quad (4.3)$$

$$P_e(\text{BFSK Coerente}) = \int_0^{\infty} Q(\gamma_b) \frac{\mu}{\exp(\mu\kappa)} \left(\frac{\gamma_b}{\kappa}\right)^{\frac{\mu-1}{2}} \left(\frac{1+\kappa}{\gamma_b}\right)^{\frac{\mu+1}{2}} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\frac{\gamma_b}{\gamma_b}\right] \times I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)\frac{\gamma_b}{\gamma_b}}\right] d\gamma_b, \quad (4.4)$$

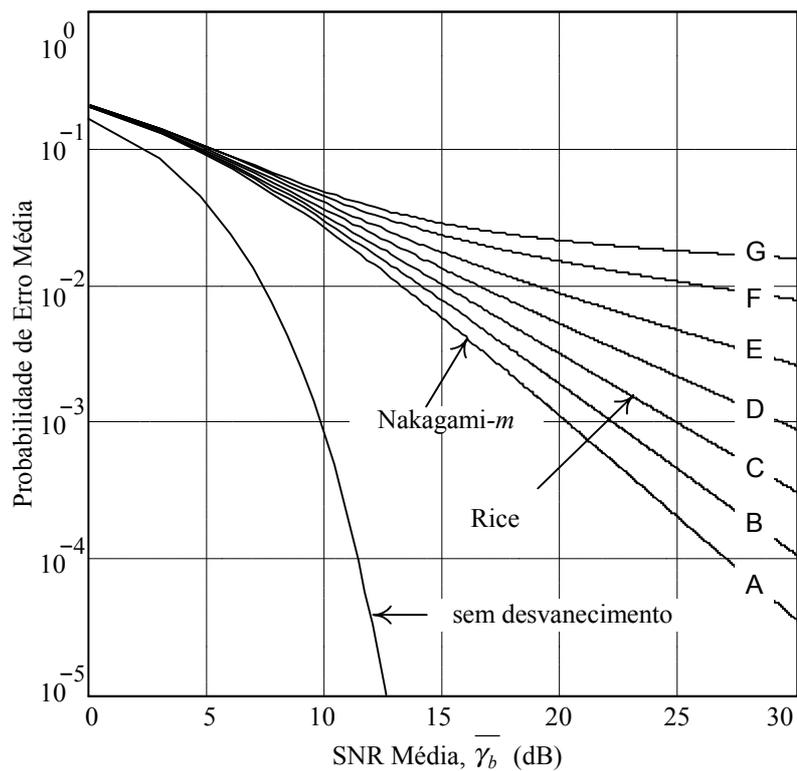




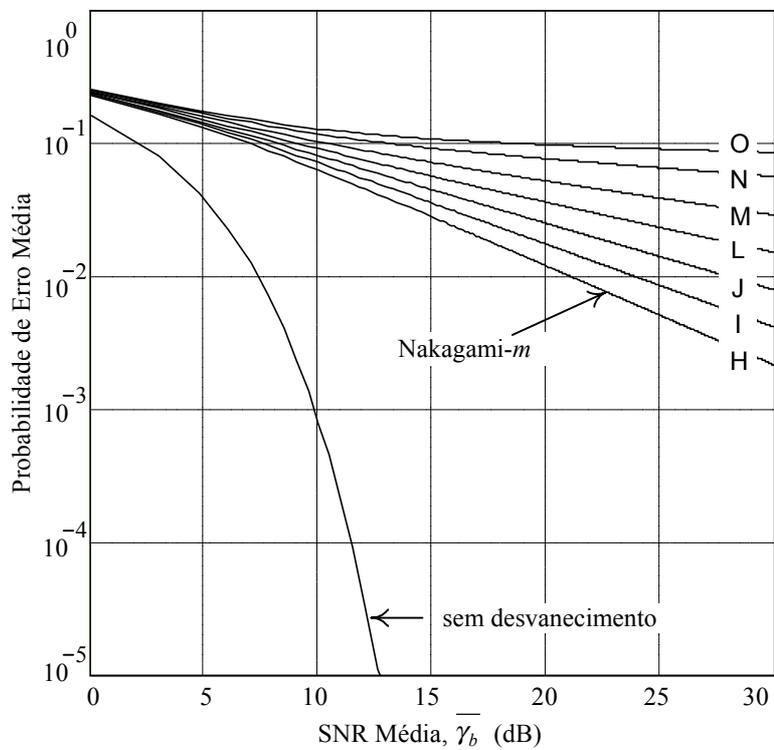
**Figura 4.1**– Probabilidade de erro média para BPSK, QPSK e OQPSK para  $m=1,5$  com desvanecimento  $\kappa\text{-}\mu$ .



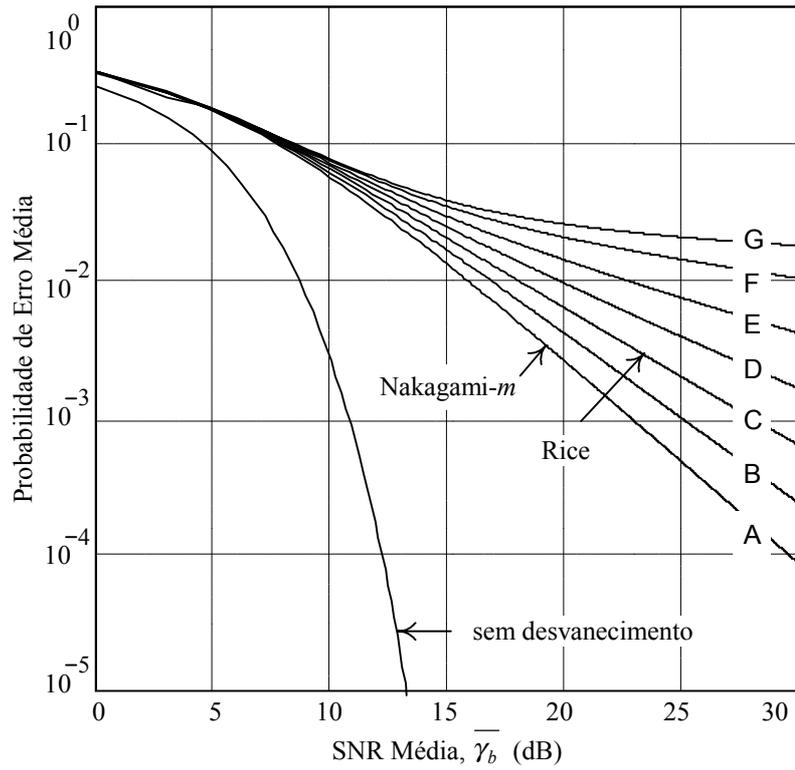
**Figura 4.2**– Probabilidade de erro média para BPSK, QPSK e OQPSK para  $m=0,75$  com desvanecimento  $\kappa\text{-}\mu$ .



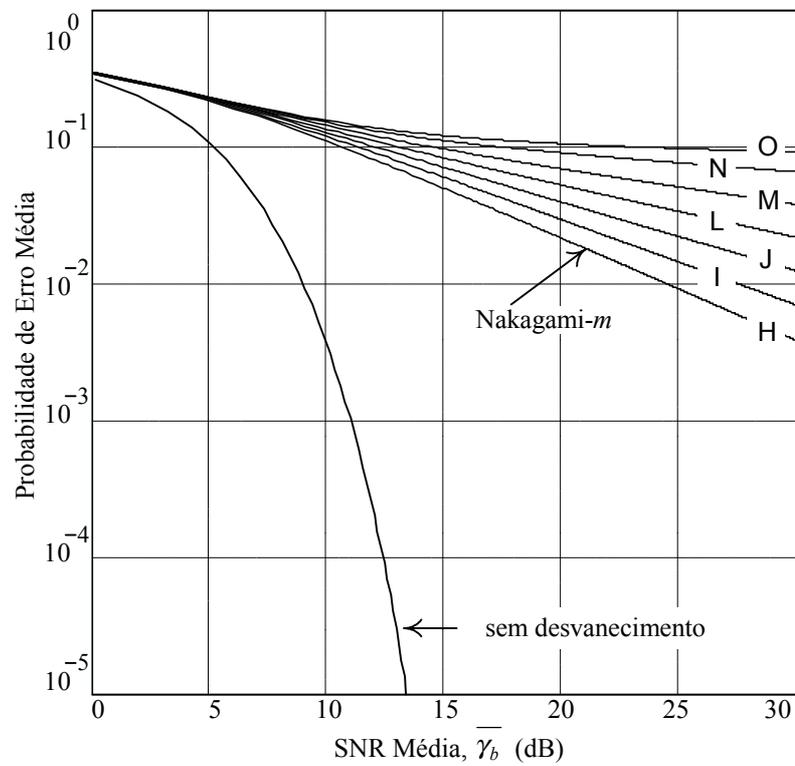
**Figura 4.3**– Probabilidade de erro média para BFSK Coerente para  $m=1,5$  com desvanecimento  $\kappa-\mu$ .



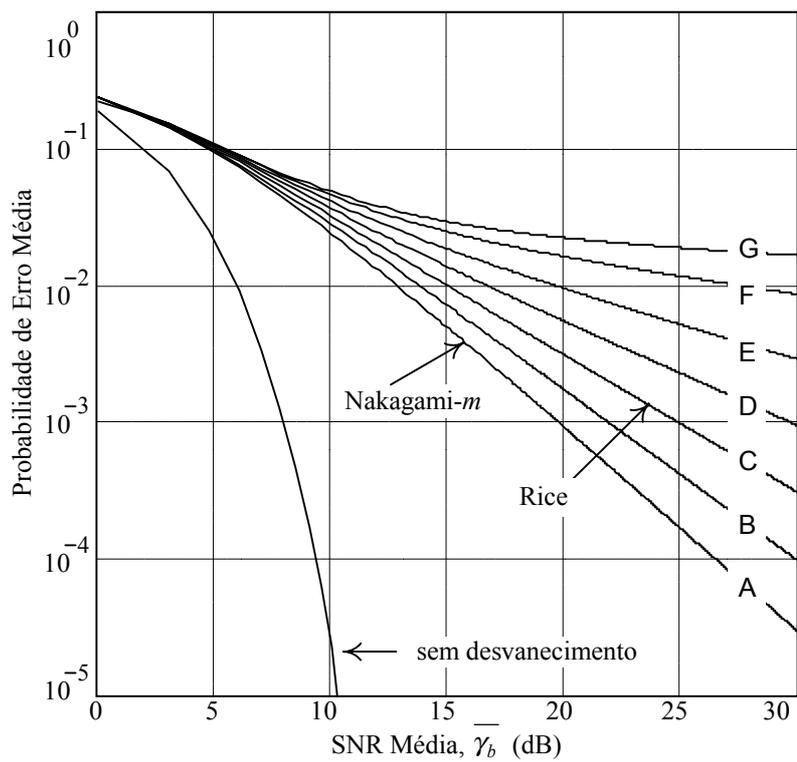
**Figura 4.4** – Probabilidade de erro média para BFSK Coerente para  $m=0,75$  com desvanecimento  $\kappa-\mu$ .



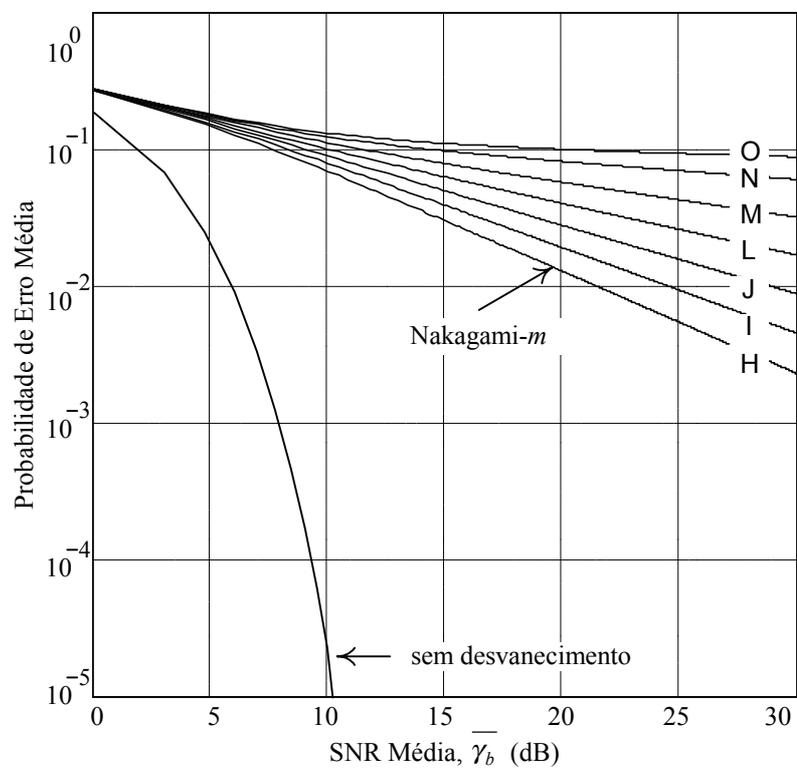
**Figura 4.5**– Probabilidade de erro média para BFSK Não Coerente para  $m=1,5$  com desvanecimento  $\kappa-\mu$ .



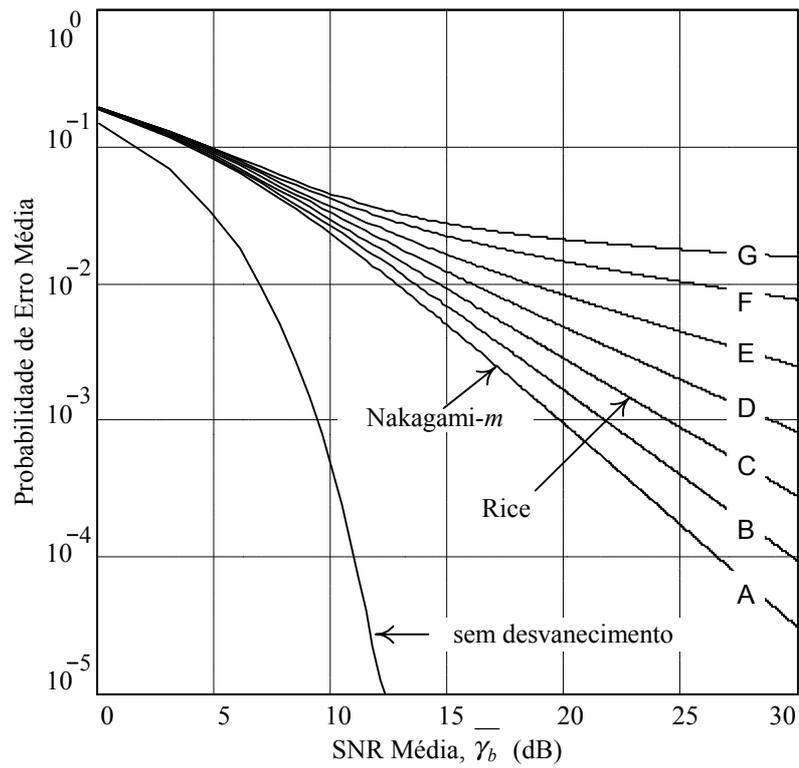
**Figura 4.6**– Probabilidade de erro média para BFSK Não Coerente para  $m=0,75$  com desvanecimento  $\kappa-\mu$ .



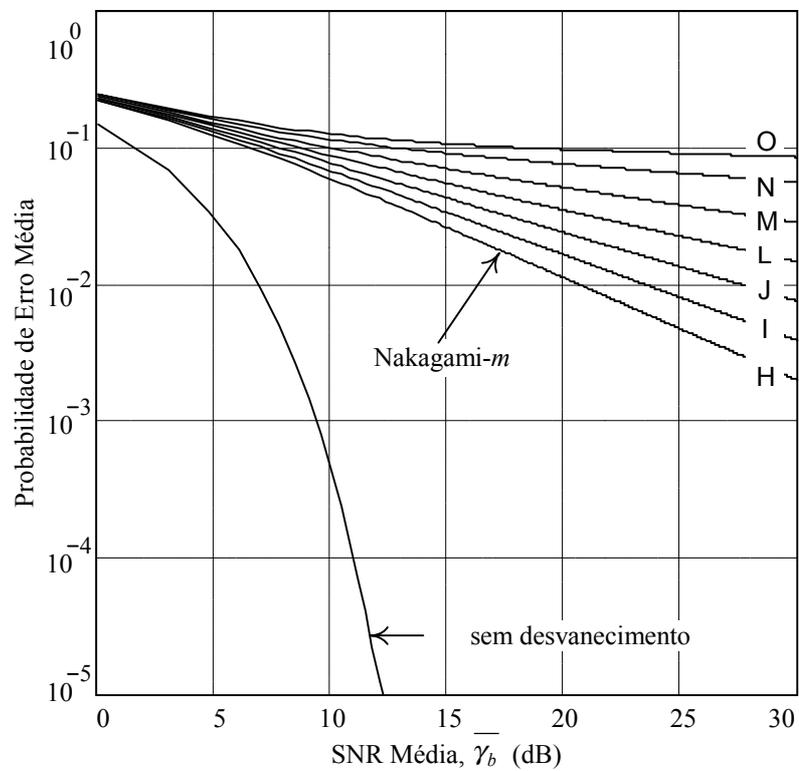
**Figura 4.7**– Probabilidade de erro média para DPSK para  $m=1,5$  com desvanecimento  $\kappa-\mu$ .



**Figura 4.8**– Probabilidade de erro média para DPSK para  $m=0,75$  com desvanecimento  $\kappa-\mu$ .



**Figura 4.9**– Probabilidade de erro média para  $\pi/4$ -DQPSK para  $m=1,5$  com desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ .



**Figura 4.10**– Probabilidade de erro média para  $\pi/4$ -DQPSK para  $m=0,75$  com desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ .

Cada gráfico está de acordo com as Equações (4.3) a (4.7). As curvas para o caso, quando  $\kappa \rightarrow 0$ , descrevem as curvas de Nakagami- $m$  quando  $\mu = m$  conforme descrito na Seção 3.4. Notar que, para as modulações BPSK, QPSK e OQPSK, a curva A da Figura 4.1 coincide com a curva para  $m = 1,5$  da Figura 2.5. As curvas quando  $\mu = 1$  coincidem com a curva de Rice conforme descrito na Seção 3.4. Notar que a curva C da Figura 4.5 coincide com a curva para  $K = 1,37$  da Figura 2.4 para a modulação BFSK não coerente. Para a modulação DPSK nota-se que a curva C da Figura 4.7 coincide com a curva para  $K = 1,37$  da Figura 2.3. É importante observar que o valor dos parâmetros deve obedecer a relação da Equação (3.24).

### 4.3 Conclusão

Como nós podemos constatar, comparando os resultados da Figura 4.1 à Figura 4.10, as modulações BPSK, QPSK e OQPSK (Figura 4.1 e Figura 4.2) apresentam um melhor desempenho em termos de probabilidade de erro de bit do que as outras modulações estudadas. Note que a modulação QPSK, que é adotado no padrão IS\_95A (*Interim Standard 95 revision A*) (CdmaOne – *Code Division Multiple Access*) continua a apresentar um melhor desempenho, em torno de 2,8 dB, do que a modulação  $\pi/4$  – DQPSK não coerente utilizada no padrão IS\_136 (US TDMA – *Time Division Multiple Access*). A modulação DPSK que, comparada com a modulação BFSK coerente, apresenta melhor desempenho em um ambiente AWGN possui praticamente o mesmo desempenho que a referida modulação em um ambiente  $\kappa$ - $\mu$ . Ainda, as modulações BFSK coerente e  $\pi/4$  – DQPSK continuam a apresentar praticamente a mesma diferença de desempenho, tanto em um ambiente AWGN como em um canal com desvanecimento  $\kappa$ - $\mu$ . Se fizermos uma comparação entre as modulações com probabilidade de erro descritas pela função erro complementar (BPSK, QPSK, OQPSK,  $\pi/4$  – DQPSK e BFSK coerente) ou pela função exponencial (BFSK não coerente e DPSK) chegaremos a conclusão que o ganho entre as modulações se mantém em um canal  $\kappa$ - $\mu$  se comparando à um ambiente AWGN.

Podemos ainda concluir que, para uma dada probabilidade de erro, a relação SNR necessária para BFSK Coerente é 3 dB maior do que para BPSK para qualquer valor de  $\kappa$  e  $\mu$ .

Como pode ser verificado pela Figura 4.1 à Figura 4.10, podemos obter para um mesmo valor de  $m$  várias curvas de probabilidade de erro. Isto ocorre porque para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  temos mais dois parâmetros  $\kappa$  e  $\mu$ .

Foi constatado, conforme era esperado pela teoria, que a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  modela um canal partindo da curva de desempenho da distribuição de Nakagami- $m$  ( $\mu = m$ ) e indo em direção a situações de desvanecimento mais severo ( $\mu = 0$ ).

Neste capítulo analisamos a probabilidade de erro média para canais modelados de acordo com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  descrito no Capítulo 3. O canal foi considerado lento e não seletivo em frequência.

## Capítulo V

### **Análise de Desempenho de Modulações Binárias e Quaternárias em um canal $\kappa$ - $\mu$ com Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Frequência utilizando Técnica de Diversidade**

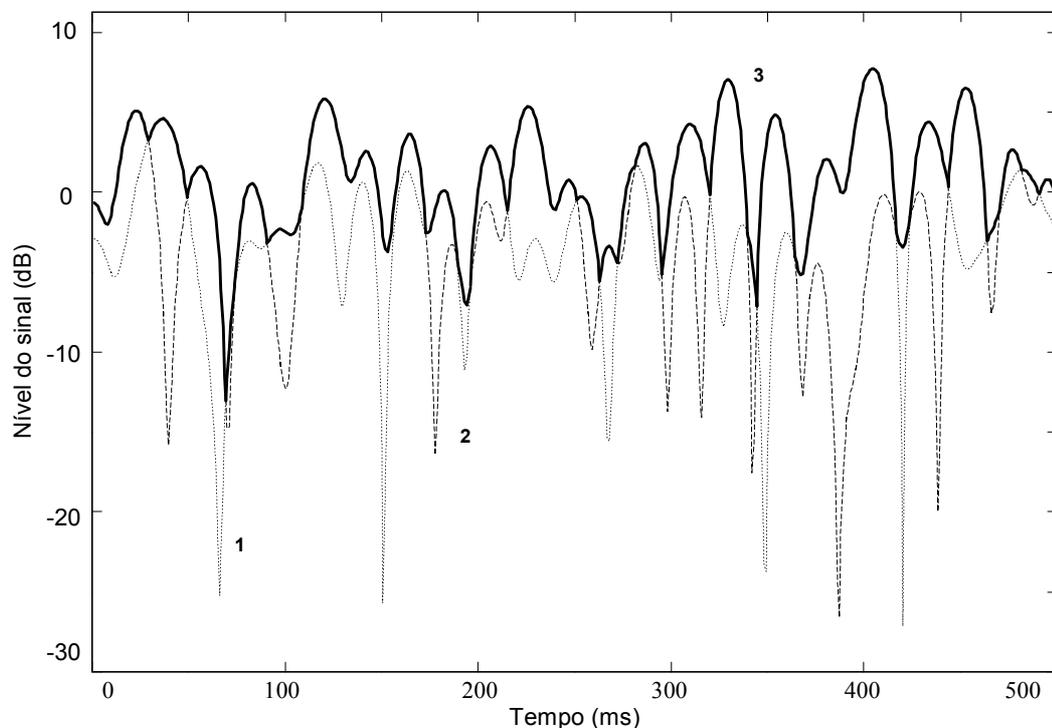
#### **5.1 Introdução**

A técnica de diversidade consiste em receber redundantemente a mesma informação por dois ou mais canais com desvanecimentos independentes. Estas réplicas são combinadas de acordo com um critério específico para melhorar a relação SNR do sinal utilizado na decisão. O objetivo principal é explorar o fato da probabilidade de ocorrência simultânea de desvanecimento profundo em todos os  $L$  canais ser pequena. Se conseguirmos fornecer para a recepção múltiplos sinais com a mesma informação uma independente da outra, diminuiremos consideravelmente a probabilidade de encontramos um desvanecimento profundo no sinal. Se  $p$  é a probabilidade de um sinal sofrer um desvanecimento, simultaneamente, em todos os sinais abaixo de um valor crítico, então  $p^L$  é a probabilidade de todas as réplicas dos sinais estarem abaixo de um valor crítico sendo  $p^L < p$ . Existem várias formas de se fornecer para o receptor réplicas do mesmo sinal, dentre as quais destacamos:

*Diversidade em frequência:* A mesma informação é transmitida através de  $L$  diferentes portadoras. Sendo que a diferença entre as portadoras adjacentes deve ser igual ou maior que a banda de coerência.

*Diversidade Temporal:* A mesma informação é transmitida em  $L$  diferentes instantes de tempo (*time slots*). Sendo que a diferença entre os diferentes instantes de tempo de transmissão adjacentes deve ser igual ou maior que o tempo de coerência

*Diversidade Espacial:* Outra técnica utilizada para obter diversidade é a utilização de múltiplas antenas. Por exemplo utiliza-se uma antena transmissora e múltiplas antenas receptoras. A distância entre as antenas receptoras deve ser tal que as diferentes componentes resultantes dos múltiplos percursos sejam estatisticamente independentes e descorrelacionados. De maneira geral, são necessários apenas alguns comprimentos de ondas de separação entre duas antenas para conseguir sinais com desvanecimentos independentes. A Figura 5.1 ilustra o princípio da diversidade onde dois sinais (1,2) com desvanecimentos independentes são mostrados. Um dispositivo de combinação seleciona o sinal mais forte (3). Esta seleção faz com que a potência média do sinal resultante seja consideravelmente maior do que a dos sinais 1 e 2. A Figura 5.1 é descrita para um desvanecimento Rayleigh com um móvel a 30 km/h e uma portadora com frequência de 900 MHz utilizando dois ramos de diversidade na recepção obtido a partir de [57].



**Figura 5.1** – Exemplo de combinação de diversidade. Dois sinais com desvanecimento independentes 1 e 2. O sinal 3 é o sinal mais forte resultante da seleção.

Na Seção seguinte será apresentado o desenvolvimento para análise de desempenho utilizando técnicas de diversidade baseadas em um canal  $\kappa$ - $\mu$  lento e não seletivo em frequência. As modulações consideradas são BPSK, QPSK, OQPSK, BFSK coerentes, BFSK Não coerentes, DPSK e  $\pi/4$  - DQPSK. O estudo é baseado na chamada combinação de máxima razão MRC proposto por Brennan [23].

## 5.2 Análise de Desempenho utilizando Técnica de Diversidade

Seja a relação SNR em um sistema com diversidade dada por

$$\gamma_b = \frac{E_b}{N_0} \sum_{k=1}^L \alpha_k^2, \quad (5.1)$$

onde  $k$  determina o  $k$ -ésimo canal,  $L$  é o número de canais do sistema e  $\alpha_k$  é a envoltória do sinal distribuído de acordo com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . Ou de maneira simplificada

$$\gamma_b = \sum_{k=1}^L \gamma_k, \quad (5.2)$$

onde  $\gamma_k$  é o valor instantâneo da relação SNR no  $k$ -ésimo canal. Nós devemos agora determinar a função densidade de probabilidade  $p(\gamma_b)$ . Esta função é mais facilmente determinada através da função característica de  $\gamma_b$ . Para  $L = 1$ ,  $\gamma_b = \gamma_l$  tem a função densidade de probabilidade dada pela Equação (3.17) aqui reproduzida

$$p(\gamma; \bar{\gamma}, \mu, \kappa) = \frac{\mu}{\exp(\mu\kappa)} \left( \frac{\gamma}{\kappa} \right)^{\frac{\mu-1}{2}} \left( \frac{1+\kappa}{\gamma} \right)^{\frac{\mu+1}{2}} \exp \left[ -\mu(1+\kappa) \frac{\gamma}{\gamma} \right] \times I_{\mu-1} \left[ 2\mu \sqrt{\kappa(1+\kappa)} \frac{\gamma}{\gamma} \right]. \quad (5.3)$$

A função característica de  $\gamma_l$  é obtida através da Transformada de Laplace da Equação (5.3). Para obtermos a Transformada de Laplace da Equação (5.3) utilizamos a seguinte diretiva [54]

$$\frac{1}{s^n} \exp\left(\frac{k}{s}\right) \leftrightarrow \left(\frac{t}{k}\right)^{\frac{n-1}{2}} I_{n-1}(2\sqrt{kt}), \quad (5.4)$$

e a propriedade de deslocamento na frequência dada por [54]

$$F(t)\exp(at) \leftrightarrow f(s-a), \quad (5.5)$$

onde  $s$  é a variável complexa de Laplace. Aplicando as propriedades acima, obtemos a Transformada de Laplace de  $\gamma_l$

$$L[p(\gamma_l)] = \frac{1}{\exp(\mu\kappa)} \left[ \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}_c} \right]^\mu \frac{1}{\left[ s + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}_c} \right]^\mu} \exp \left\{ \frac{\kappa(1+\kappa)\mu^2}{\bar{\gamma}_c \left[ s + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}_c} \right]} \right\}, \quad (5.6)$$

onde  $\bar{\gamma}_c$  é a relação SNR média por canal, que é assumida ser idêntica para todos os canais. Desde que o desvanecimento nos  $L$  canais sejam mutuamente independentes, as relações sinal – ruído  $\gamma_k$  são estatisticamente independentes. Então, a função característica para a soma de  $\gamma_b$  é simplesmente o resultado da Equação (5.6) elevado a  $L$ -ésima potência, que resulta em

$$L[p(\gamma_b)] = \frac{1}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}_c} \right]^{\mu L} \frac{1}{\left[ s + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}_c} \right]^{\mu L}} \exp \left\{ \frac{L\kappa(1+\kappa)\mu^2}{\bar{\gamma}_c \left[ s + \frac{\mu(1+\kappa)}{\bar{\gamma}_c} \right]} \right\}. \quad (5.7)$$

Para obtermos a função densidade de probabilidade  $p(\gamma_b)$  temos que fazer a Transformada Inversa de Laplace da Equação (5.7). Para obtermos a inversa, utilizamos a diretiva da Equação (5.4) e a seguinte propriedade [54]

$$f(cs-b) \leftrightarrow \frac{1}{c} \exp\left(\frac{bt}{c}\right) F\left(\frac{t}{c}\right), \quad (5.8)$$

obtendo a função densidade de probabilidade de  $\gamma_b$  com  $L$  canais de diversidade

$$p(\gamma_b; \bar{\gamma}_c, \mu, \kappa, L) = \frac{\mu}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\gamma_b}{\kappa L} \right]^{\frac{\mu L - 1}{2}} \left( \frac{1 + \kappa}{\gamma_c} \right)^{\frac{\mu L + 1}{2}} \exp \left\{ -\mu(1 + \kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c} \right\} \times I_{\mu L - 1} \left[ 2\mu \sqrt{L\kappa(1 + \kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c}} \right] \quad (5.9)$$

Esta equação também pode ser comprovada se, na Equação (5.3), substituirmos as seguintes variáveis

$$\begin{aligned} \kappa' &= \kappa \\ \mu' &= L\mu, \\ \bar{\gamma}_c' &= L\bar{\gamma}_c \end{aligned} \quad (5.10)$$

que são os novos valores de  $\kappa$ ,  $\mu$  e  $\bar{\gamma}_c$  após o MRC. Após algumas manipulações algébricas, obtemos a Equação (5.9).

Notar que para  $L=1$ , ou seja, sem diversidade obtemos a Equação (5.3), como esperado. Devemos agora fazer a média da probabilidade de erro condicional para cada tipo de modulação. Nós devemos então avaliar a seguinte integral

$$P_e = \int_0^{\infty} P_e(\gamma_b) p(\gamma_b; \bar{\gamma}_c, \mu, \kappa, L) d\gamma_b, \quad (5.11)$$

sendo  $P_e$  a probabilidade de erro média de bit ou símbolo com diversidade de  $L$  canais,  $p(\gamma_b; \bar{\gamma}_c, \mu, \kappa, L)$  está definido na Equação (5.9) e  $P_e(\gamma_b)$  está definido na Tabela 5.1 para diferentes tipos de modulações [37], [43].

**Tabela 5.1**– Probabilidade de erro média para diferentes tipos de modulação em um canal com diversidade e ruído AWGN.

Modulação	$P_e(\gamma_b)$
BPSK, QPSK, OQPSK	$Q(\sqrt{2\gamma_b})$
BFSK Coerente	$Q(\sqrt{\gamma_b})$
BFSK Não coerente	$\frac{1}{2^{2L-1}} \exp\left(-\frac{\gamma_b}{2}\right) \sum_{n=0}^{L-1} \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{L-1-n} \binom{2L-1}{k} \left(\frac{\gamma_b}{2}\right)^n$
DPSK	$\frac{1}{2^{2L-1}} \exp(-\gamma_b) \sum_{n=0}^{L-1} \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{L-1-n} \binom{2L-1}{k} \gamma_b^n$
$\pi/4$ - DQPSK	$Q[\sqrt{4\gamma_b} \text{sen}(\pi/4\sqrt{2})]$

Substituindo as expressões da Tabela 5.1 e a Equação (5.9) na Equação (5.11) encontramos as seguintes integrais para cada tipo de modulação

$$P_e(\text{BPSK} - \text{QPSK} - \text{OQPSK}) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{Q(\sqrt{2\gamma_b})}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\gamma_b}{\kappa L} \right]^{\frac{\mu L-1}{2}} \left( \frac{1+\kappa}{\gamma_c} \right)^{\frac{\mu L+1}{2}} \exp\left\{ -\mu(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c} \right\} \times \right. \\ \left. I_{\mu L-1} \left[ 2\mu \sqrt{L\kappa(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c}} \right] \right\} d\gamma_b, \quad (5.12)$$

$$P_e(\text{BFSK Coerente}) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{Q(\sqrt{\gamma_b})}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\gamma_b}{\kappa L} \right]^{\frac{\mu L-1}{2}} \left( \frac{1+\kappa}{\gamma_c} \right)^{\frac{\mu L+1}{2}} \exp\left\{ -\mu(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c} \right\} \times \right. \\ \left. I_{\mu L-1} \left[ 2\mu \sqrt{L\kappa(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c}} \right] \right\} d\gamma_b, \quad (5.13)$$

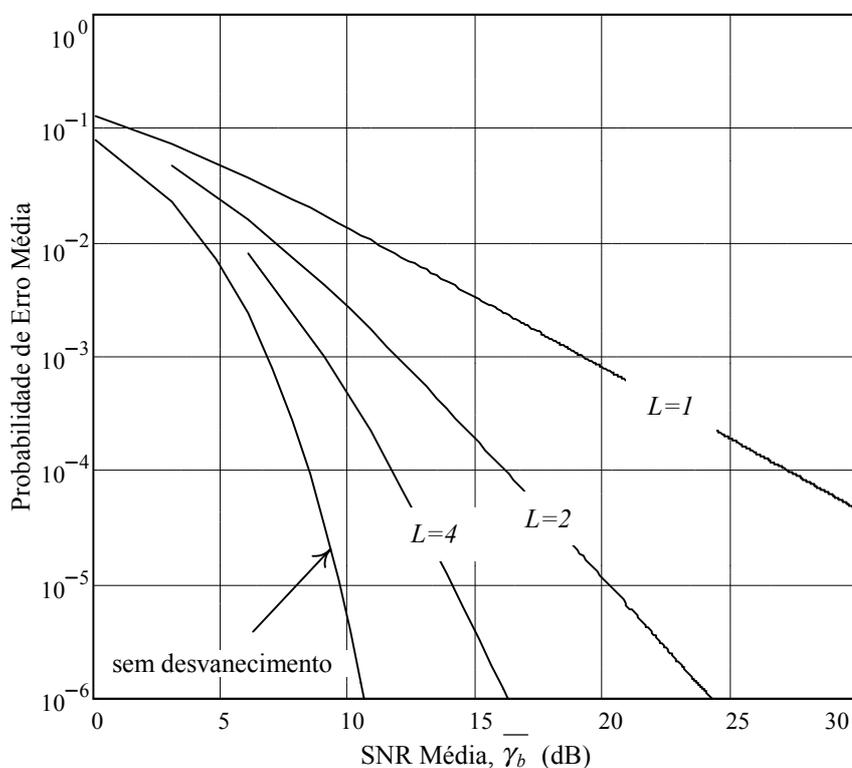
$$P_e(\text{BFSK Não Coerente}) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{2^{2L-1}} \exp\left(-\frac{\gamma_b}{2}\right) \sum_{n=0}^{L-1} \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{L-1-n} \binom{2L-1}{k} \left(\frac{\gamma_b}{2}\right)^n \frac{\mu}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\gamma_b}{\kappa L} \right]^{\frac{\mu L-1}{2}} \times \right. \\ \left. \left( \frac{1+\kappa}{\gamma_c} \right)^{\frac{\mu L+1}{2}} \exp\left\{ -\mu(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c} \right\} I_{\mu L-1} \left[ 2\mu \sqrt{L\kappa(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c}} \right] \right\} d\gamma_b, \quad (5.14)$$

$$P_e(\text{DPSK}) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{1}{2^{2L-1}} \exp(-\gamma_b) \sum_{n=0}^{L-1} \frac{1}{n!} \sum_{k=0}^{L-1-n} \binom{2L-1}{k} \gamma_b^n \frac{\mu}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\gamma_b}{\kappa L} \right]^{\frac{\mu L-1}{2}} \times \right. \\ \left. \left( \frac{1+\kappa}{\gamma_c} \right)^{\frac{\mu L+1}{2}} \exp\left\{ -\mu(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c} \right\} I_{\mu L-1} \left[ 2\mu \sqrt{L\kappa(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c}} \right] \right\} d\gamma_b, \quad (5.15)$$

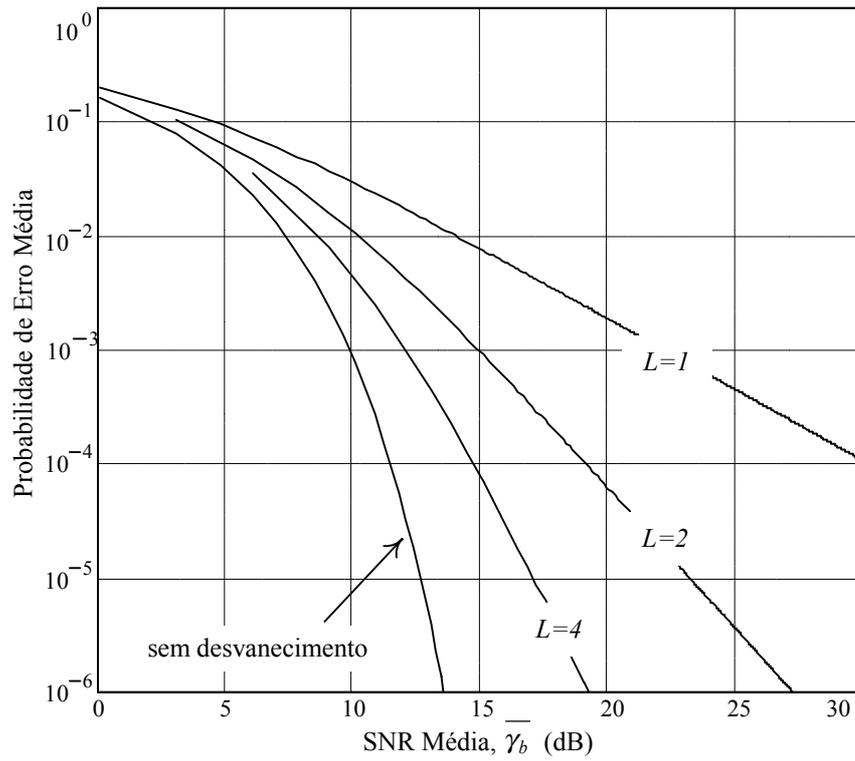
$$P_e(\pi/4 \text{ DQPSK}) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{Q\left[\sqrt{4\gamma_b} \text{sen}\left(\pi/4\sqrt{2}\right)\right]}{\exp(L\mu\kappa)} \left[ \frac{\gamma_b}{\kappa L} \right]^{\frac{\mu L-1}{2}} \left( \frac{1+\kappa}{\gamma_c} \right)^{\frac{\mu L+1}{2}} \times \right. \\ \left. \exp\left\{ -\mu(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c} \right\} I_{\mu L-1} \left[ 2\mu \sqrt{L\kappa(1+\kappa) \frac{\gamma_b}{\gamma_c}} \right] \right\} d\gamma_b, \quad (5.16)$$

As integrais (5.12) a (5.16) são calculadas numericamente já que não foi encontrada e não conseguimos obter uma expressão fechada. As curvas de probabilidade de erro média, considerando  $L$  canais de diversidade, são apresentadas na Figura 5.2 à Figura 5.6 para os diversos tipos de modulações. A Figura 5.7 mostra um comparativo entre as modulações binárias BFSK não coerente, DPSK e BPSK com diversidade. Os gráficos foram obtidos para  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ . A probabilidade de erro de bit é descrita como função da relação SNR média por bit,  $\overline{\gamma}_b$ , que é relacionado com a relação SNR média por canal,  $\overline{\gamma}_c$ , pela fórmula

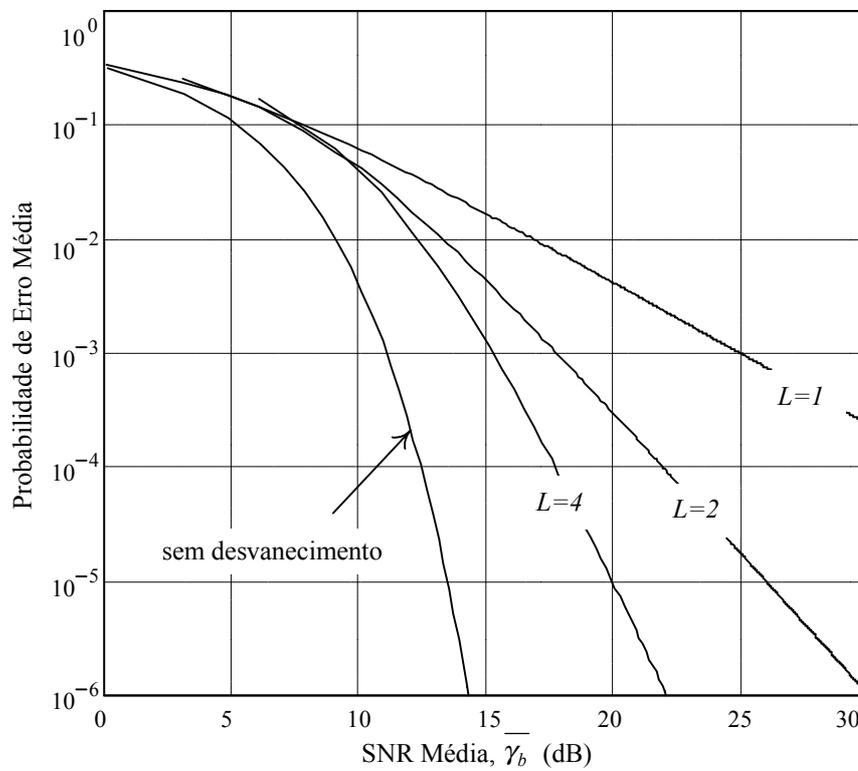
$$\overline{\gamma}_b = L\overline{\gamma}_c. \quad (5.17)$$



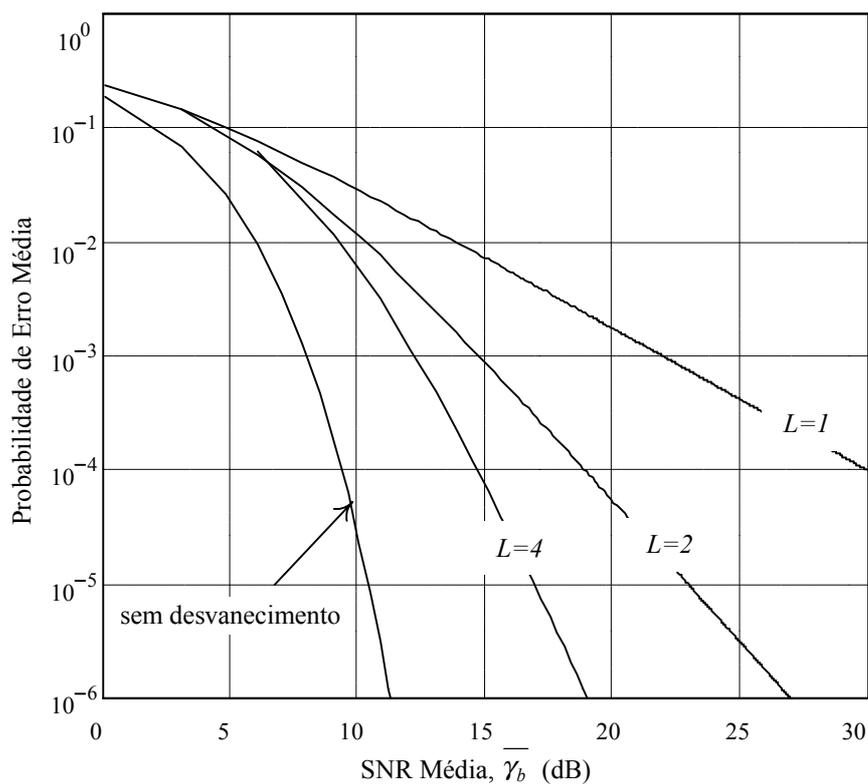
**Figura 5.2**– Probabilidade de erro média com diversidade para BPSK, QPSK e OQPSK com  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ .



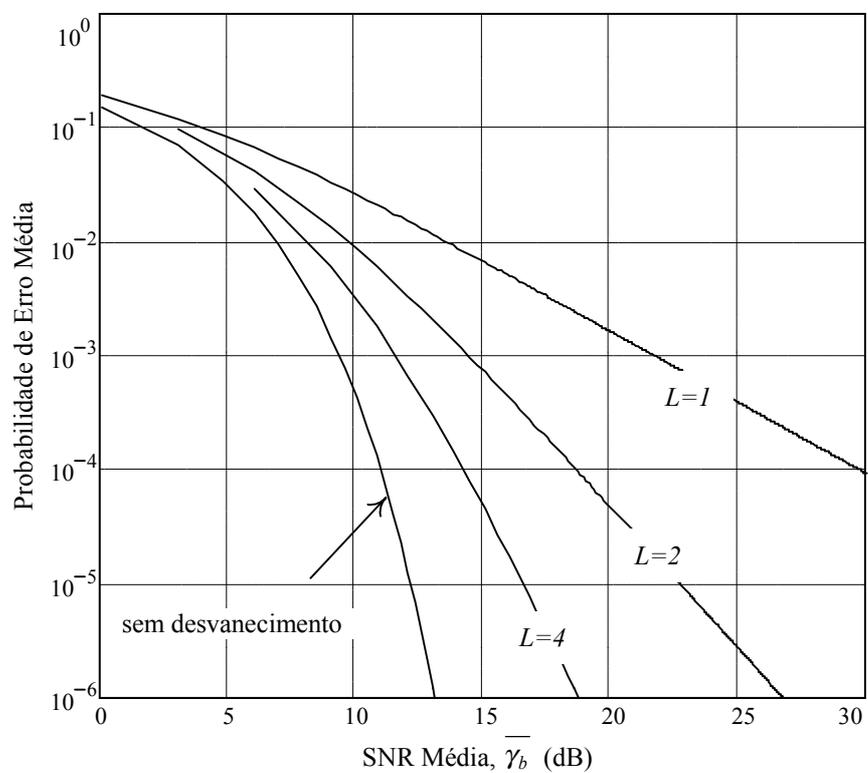
**Figura 5.3**— Probabilidade de erro média com diversidade para BFSK Coerente com  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ .



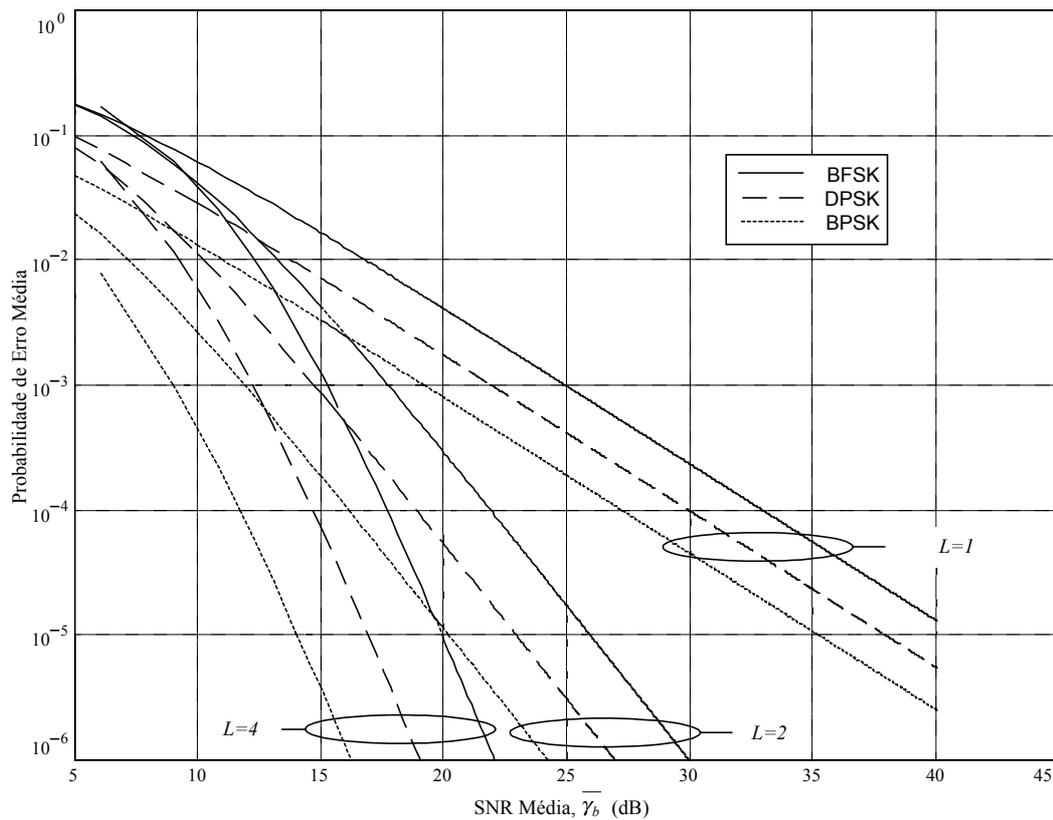
**Figura 5.4**— Probabilidade de erro média com diversidade para BFSK Não Coerente com  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ .



**Figura 5.5**– Probabilidade de erro média para DPSK com  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ .



**Figura 5.6**– Probabilidade de erro média para  $\pi/4$  DQPSK com  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ .



**Figura 5.7**– Comparação entre a probabilidade de erro média com diversidade para modulações binárias com  $\mu = 1,25$  e  $\kappa = 0,69$ .

### 5.3 Conclusão

Os resultados descritos nos gráficos da Figura 5.2 à Figura 5.7 ilustram claramente as vantagens da diversidade como uma forma de superar os problemas causados pelo desvanecimento. A utilização de uma recepção com apenas dois ramos de diversidade permite um ganho superior a 10 dB, como pode ser verificado nas figuras deste capítulo. Este capítulo demonstrou o desempenho em termos de probabilidade de erro de bit dos sinais através de canais  $\kappa$ - $\mu$  lento e não seletivo utilizando técnicas de diversidade para as principais modulações binárias e quaternárias.

## Capítulo VI

### Geração de Números Aleatórios distribuídos de acordo com a Distribuição $\kappa-\mu$

#### 6.1 Introdução

Dentre as ferramentas necessárias para a simulação de sistemas de transmissão digital destaca-se a geração de números aleatórios distribuídos de acordo com uma determinada FDP. A geração de números aleatórios de acordo com uma certa distribuição é o ponto inicial para a simulação dos canais rádio móvel tais como Rayleigh, Rice e Nakagami- $m$ . As distribuições de Rayleigh e Rice já foram extensivamente estudadas. Dentre as contribuições mais recentes está o trabalho de Yacoub [57] para a geração da distribuição de Nakagami- $m$  para valores de  $m$  múltiplos de  $1/2$ . Neste capítulo iremos demonstrar a utilização de um método estatístico para a geração de números aleatórios distribuídos de acordo com a FDP  $\kappa-\mu$ .

Existem vários métodos para a geração de números aleatórios tais como Inversão, Composição e Convolução. A escolha de qualquer método depende de sua eficiência e aplicabilidade para uma determinada distribuição. Como exemplo, verifica-se que não podemos aplicar o método da Inversão para a distribuição  $\kappa-\mu$ , já que a FDC de  $\kappa-\mu$  não é inversível. Este capítulo apresenta a aplicação do método da Aceitação-Rejeição para a geração de amostras distribuídas de acordo com a FDP  $\kappa-\mu$ . O método é genérico, podendo ser aplicado para quaisquer valores de  $\kappa$  e  $\mu$ . Inicialmente, será apresentado um resumo do método da Aceitação-Rejeição e, em seguida, aplica-se o referido método para a distribuição, que é objeto desta dissertação.

## 6.2 O Método da Aceitação-Rejeição

O método da Aceitação-Rejeição [58] necessita que especifiquemos uma função  $t(x)$  que seja majoritária em relação a FDP  $p(x)$  que se deseja gerar, ou seja,  $t(x) \geq p(x)$  para todo  $x$ . A função  $t(x)$  não será uma FDP já que

$$c = \int_{-\infty}^{\infty} t(x) dx \geq \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (6.1)$$

mas a função

$$r(x) = t(x)/c \quad (6.2)$$

claramente é uma FDP. Este método é capaz de gerar uma variável aleatória  $Y$  com FDP  $r$ . O algoritmo geral é o seguinte:

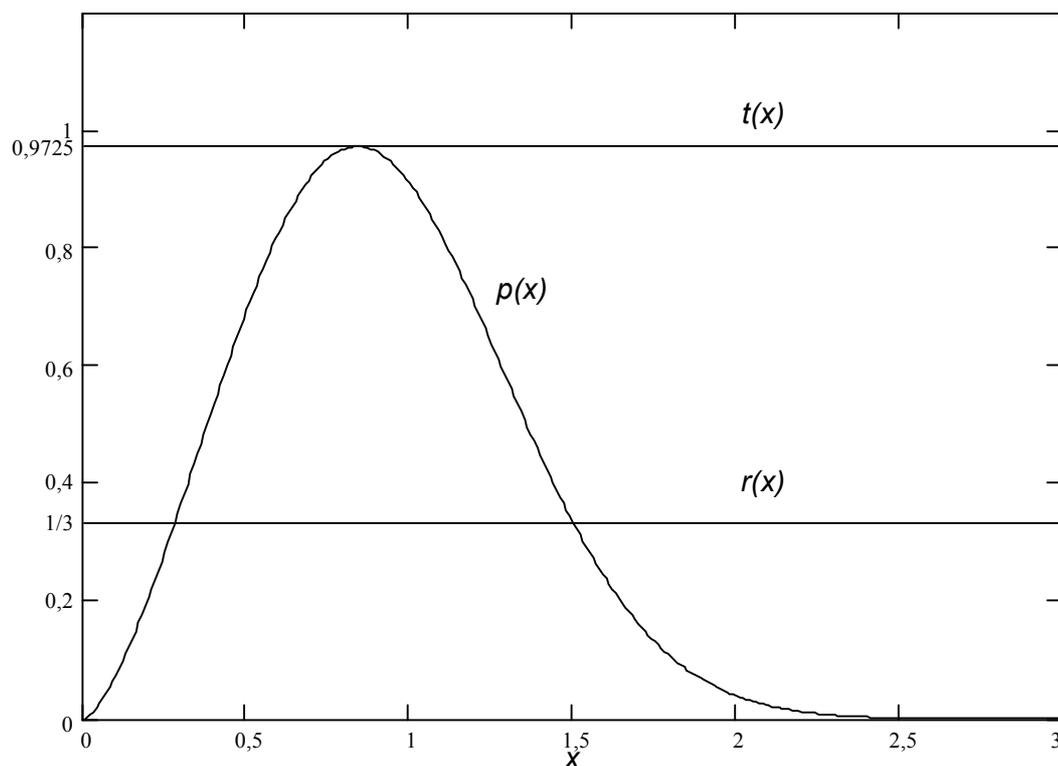
1. Gerar  $Y$  tendo uma distribuição qualquer (Uniforme, gaussiana, exponencial...).
2. Gerar uma distribuição uniforme  $U \sim U(0,1)$ , independente de  $Y$ .
3. Se  $U \leq p(Y)/t(Y)$ , retornar  $X = Y$ . Caso contrário, retornar para o passo 1 e tentar novamente.

O algoritmo continua realizando o processamento até ser gerado  $N$  números aleatórios  $X$  distribuídos de acordo com a distribuição  $p(x)$  desejada. Como demonstrado em [58] a probabilidade de aceitação no passo 3 do algoritmo é  $1/c$ . A validade deste método pode ser encontrada em [58].

## 6.3 Geração de números aleatórios de acordo com a distribuição $\kappa-\mu$

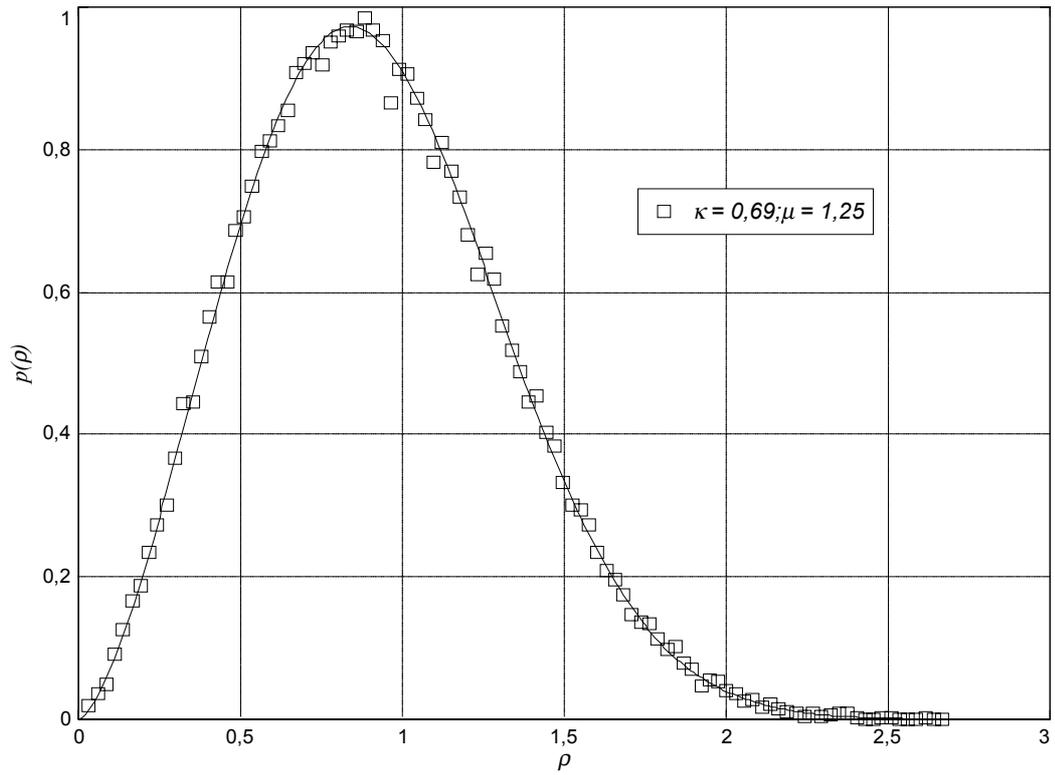
Será utilizado o método da Aceitação-Rejeição descrito na Seção 6.2 para a geração de números aleatórios distribuídos de acordo com a FDP de  $\kappa-\mu$ . Como exemplo, seja a distribuição  $\kappa-\mu$ , com  $\kappa = 0,69$ ,  $\mu = 1,25$  e  $m = 1,5$ . O valor máximo para a FDP da distribuição  $\kappa-\mu$  para os valores de  $\kappa$ ,  $\mu$  e  $m$  assumidos é  $0,9725$ . Para efeitos de simplificação, a função  $t(x)$ , que é majoritária em relação a FDP de  $\kappa-\mu$ , é assumida ser uma reta, o que levará a função  $r(x)$  ser uma função uniformemente

distribuída. Então, temos que  $t(x) = 0,9725$ . Calculando-se a constante  $c$  através da Equação (6.1), com limites de 0 a 3, obtemos  $c = 2,9175$ . Logo, através da Equação (6.2),  $r(x) = 1/3$ , que é uma função uniformemente distribuída de 0 a 3. A Figura 6.1 ilustra as funções  $t(x)$ ,  $r(x)$  e  $p(x)$ .

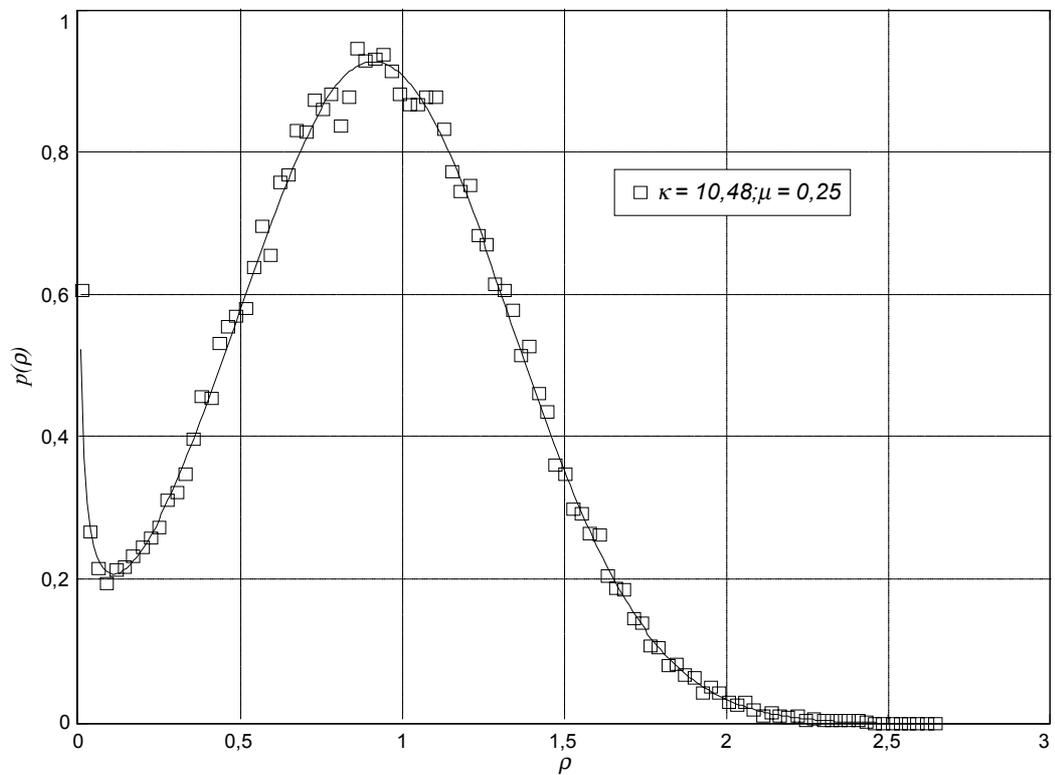


**Figura 6.1** –  $f(x)$ ,  $t(x)$  e  $r(x)$  para o método de Aceitação-Rejeição para a distribuição  $\kappa$ - $\mu$  com os parâmetros  $\kappa = 0,69$ ,  $\mu = 1,25$  e  $m = 1,5$ .

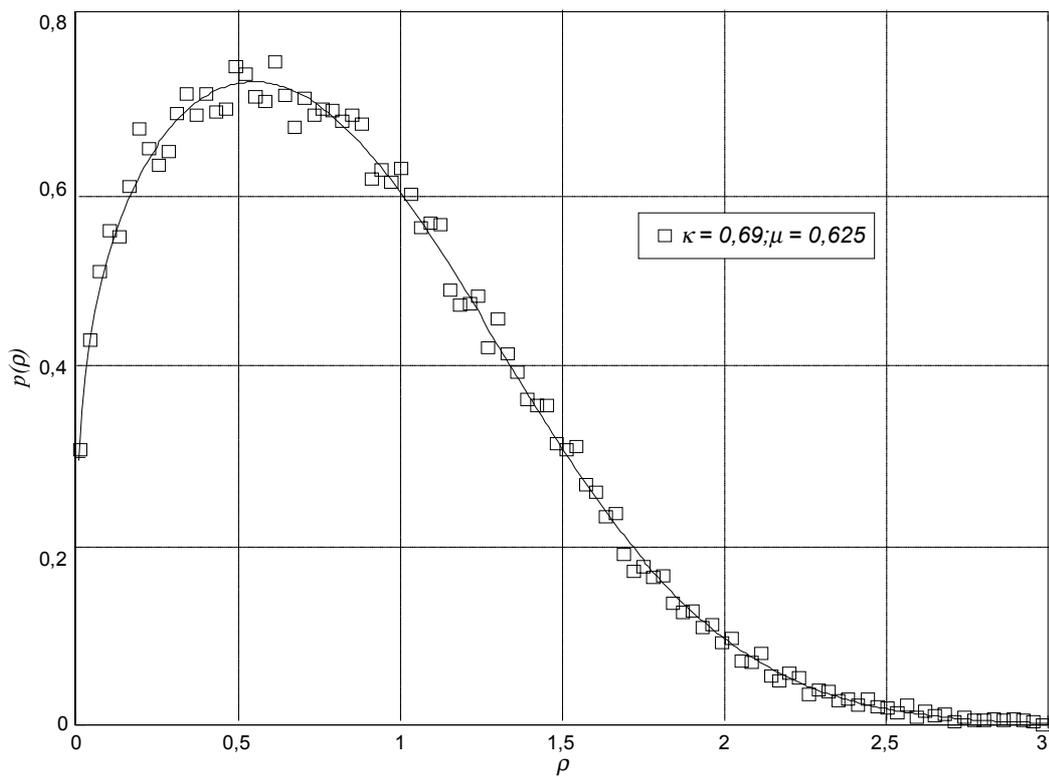
A Figura 6.2 à Figura 6.5 demonstram um comparativo entre a FDP teórica e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para vários valores de  $\kappa$ ,  $\mu$  e  $m$ .



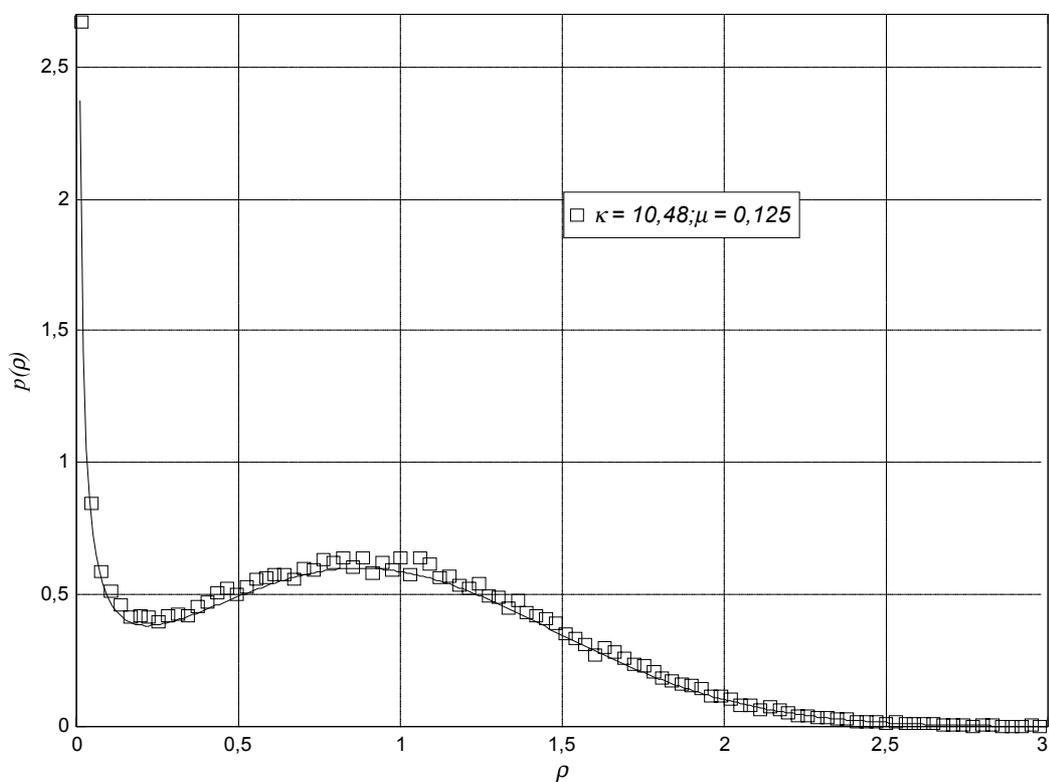
**Figura 6.2** – Comparativo entre a FDP teórica de  $\kappa$ - $\mu$  e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para  $\kappa=0,69$ ,  $\mu=1,25$  e  $m=1,5$ .



**Figura 6.3** – Comparativo entre a FDP teórica de  $\kappa$ - $\mu$  e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para  $\kappa=10,48$ ,  $\mu=0,25$  e  $m=1,5$ .



**Figura 6.4** – Comparativo entre a FDP teórica de  $\kappa$ - $\mu$  e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para  $\kappa=0,69$ ,  $\mu=0,625$  e  $m=0,75$ .



**Figura 6.5** – Comparativo entre a FDP teórica de  $\kappa$ - $\mu$  e a FDP gerada a partir do método da Aceitação-Rejeição para  $\kappa=10,48$ ,  $\mu=0,125$  e  $m=0,75$ .

O método da Aceitação – Rejeição pressupõe a geração de um grande número de amostras e a utilização de parte destas amostras, se a condição do passo 3 no algoritmo anteriormente descrito, for atendida. Para efeito de comparação, a Tabela 6.1 descreve o número de amostras geradas e o número de amostras aproveitadas ou aceitas para cada par de valores de  $\kappa$  e  $\mu$ . Como pode ser observado, a porcentagem aproveitada está exatamente de acordo com a quantidade  $1/c$ , já que foi utilizada como função  $t(x)$  o valor máximo de cada FDP para um dado par  $\kappa$  e  $\mu$ .

**Tabela 6.1** – Comparativo entre as porcentagens de amostras aceitas utilizando o Método da Aceitação – Rejeição na distribuição  $\kappa$ - $\mu$ .

$\kappa$	$\mu$	$m$	Amostras aceitas	Amostras geradas	% aproveitada	
					Teórico	Prático
0,01	1,5	1,5	50000	457644	10,93	10,92
0,69	1,25	1,5	50000	434734	11,43	11,47
1,37	1	1,5	50000	425711	11,70	11,74
2,41	0,75	1,5	50000	422091	11,86	11,84
4,45	0,50	1,5	50000	420554	11,93	11,88
10,48	0,25	1,5	50000	418446	11,97	11,94
28,49	0,10	1,5	50000	426828	11,98	11,71
0,01	0,750	0,75	50000	350213	14,28	14,27
0,69	0,625	0,75	50000	323921	15,40	15,43
1,37	0,500	0,75	50000	298281	16,73	16,76
2,41	0,375	0,75	50000	531365	9,37	9,40
4,45	0,250	0,75	50000	894655	5,67	5,58
10,48	0,125	0,75	50000	1124681	4,68	4,44
28,49	0,05	0,75	50000	825359	6,96	6,05

## 6.4 Conclusão

Como pode ser observado nas figuras da seção anterior, a aplicação do método da Aceitação-Rejeição mostrou-se eficiente no objetivo de gerar amostras com amplitudes distribuídas de acordo com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ . É importante ressaltar que foi utilizada uma função  $t(x)$  constante o que produz uma FDP  $r(x)$  uniformemente distribuída. O método é geral e, portanto, não precisamos utilizar apenas uma FDP

uniforme. Para aumentar a porcentagem das amostras aceitas, podemos utilizar várias funções uniformemente distribuídas, ou mesmo outro tipo de FDP, com o objetivo de diminuir a área abaixo de  $t(x)$ . Com isto estaremos aumentando a probabilidade de aceitação de amostras e, portanto, aumentando a eficiência do método em termos de aceitação das amostras.

## Capítulo VII

### Conclusões

O principal objetivo a que se propôs esta dissertação foi o desenvolvimento de expressões e/ou gráficos referentes à avaliação de desempenho em termos de probabilidade de erro média com e sem diversidade em canais com desvanecimento lento e não seletivo em frequência distribuídos de acordo com distribuição  $\kappa-\mu$ . Para atingir o objetivo proposto, diversos outros trabalhos foram desenvolvidos passando desde o estudo de diversos canais já amplamente desenvolvidos (Capítulo 2), análise do canal  $\kappa-\mu$ , bem como o desenvolvimento de uma expressão fechada para a FDC quando  $\mu$  é um inteiro (Capítulo 3), a implementação propriamente dita das curvas de probabilidade de erro com e sem diversidade (Capítulos 4 e 5) e a geração de números aleatórios distribuídos de acordo com a função  $\kappa-\mu$  (Capítulo 6). As conclusões referentes a cada uma das expressões e/ou gráficos são encontradas no decorrer do texto dos próprios capítulos. Em seguida, são apresentadas as contribuições desse trabalho e uma série de proposições para possíveis trabalhos futuros.

#### 7.1 Contribuições da Dissertação

Durante o desenvolvimento das expressões e/ou gráficos referentes ao canal  $\kappa-\mu$  em ambiente não seletivo em frequência e lento diversos trabalhos foram efetuados, muitos deles se constituindo em contribuições originais. Como primeira contribuição destaca-se o desenvolvimento de uma expressão fechada para a FDC da distribuição  $\kappa-\mu$  quando  $\mu$  é um valor inteiro. Em segundo lugar foram apresentadas expressões e/ou gráficos das curvas de probabilidade de erro média para canais modelados de acordo com a distribuição  $\kappa-\mu$  para modulações binárias (BPSK, BFSK coerente e

não coerente, DPSK) e quaternárias (QPSK, OQPSK e  $\pi/4$  – DQPSK). As curvas de probabilidade de erro média anteriormente deduzidas foram refeitas para uma recepção utilizando a técnica de diversidade, constituindo-se uma terceira contribuição deste trabalho de dissertação. Como uma quarta contribuição destaca-se a implementação do Método Aceitação-Rejeição para a geração de números aleatórios distribuídos de acordo com a distribuição  $\kappa$ - $\mu$ .

## 7.2 Proposição para Trabalhos Futuros

Existem várias sugestões para futuros trabalhos com objetivo de dar continuidade a esta dissertação. A primeira sugestão é o desenvolvimento de um simulador para o canal  $\kappa$ - $\mu$  para ser empregado no projeto de sistemas de comunicações móveis, no qual seriam empregados os resultados obtidos nos capítulos 3 e 4. A partir do gerador proposto no Capítulo 6 é possível modelar um canal  $\kappa$ - $\mu$  e simular as curvas encontradas. Na modelagem do canal, o grande desafio seria o desenvolvimento de um modelo que possa incluir os parâmetros  $\kappa$ ,  $\mu$ , espalhamento Doppler e as perdas no percurso. Um segundo trabalho seria o desenvolvimento de expressões e/ou gráficos de probabilidade de erro média para outras modulações (8PSK, 16QAM, 4FSK entre outras) em canais  $\kappa$ - $\mu$ , já que o trabalho desta dissertação focalizou apenas modulações binárias e quaternárias. A avaliação de desempenho em canais com desvanecimento lento e seletivo em frequência seria um terceiro trabalho a ser realizado. Como um quarto trabalho, poderíamos citar o desenvolvimento de uma metodologia para o ajuste de dados experimentais ao modelo  $\kappa$  e  $\mu$ .

## Referências Bibliográficas

- [1] RAPPAPORT, T. S. – *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1996.
- [2] BURR, Alister – *Modulation and coding for Wireless Communications*, Prentice Hall, 2001.
- [3] PRICE, R. – Detection of Signals perturbed by Scatter and Noise, *IRE Trans. Inform. Theory*, **PGIT-4**:163-170, Sep., 1954.
- [4] PRICE, R. – Optimum Detection of Random Signal in Noise, with Application to Scatter-Multipath Communication, *IRE Trans. Inform. Theory*, **IT-2**:125-135, Dec., 1956.
- [5] RICE, S. O. – Statistical properties of a sine wave plus random noise, *Bell Syst. Tech. Journal*, **27**: 109-157, Jan., 1948.
- [6] NAKAGAMI, M. – The  $m$ -distribution – A general formula of intensity distribution of rapid fading, in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*. W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, NY: Pergamon, 1960.
- [7] CLARKE, R. H.– A Statistical Theory of Mobile Radio Reception, *Bell System Technology Journal*, **1**(47):957-1000, 1968.
- [8] SUZUKI, H. – A Statistical Model of Urban Radio Propagation, *IEEE Transaction on Communication*, **25**:673-680, 1977.
- [9] HANSEN, F. and MENO, F. I. – Mobile Fading-Rayleigh and Lognormal Superimposed, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **26**(4):332-335, Nov. 1977.
- [10] YACOUB, M. D.– The  $\kappa$ - $\mu$  Distribution, *XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, 2001.
- [11] LINDSEY, W. C.– Error Probabilities for Ricean Fading Multichannel reception of Binary and N-Ary Signals, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **IT-10**:339-350, Oct., 1964.

- [12] ESPOSITO, R.– Error probabilities for the Nakagami Channel, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **IT-13**:145-148, Jan., 1967.
- [13] MIYAGAKI, Y., MORINAGA, N., and NMEKAWA, T.– Error Probability Characteristics for CPSK Signal Through m-Distributed Fading Channel, *IEEE Trans. Commun.*, **COM-26**:88-100, Jan., 1978.
- [14] CHARASH, U. – Reception Through Nakagami Fading Multipath Channels with Random Delays, *IEEE Trans. Commun.*, **COM-27**:657-670, Apr., 1979.
- [15] AL-HUSSAINI, E. and AL-BASSIOUNI, A.A. – Performance of MC Diversity Systems for the Detection of Signal with Nakagami Fading, *IEEE Trans. Commun.* **COM-33**:1315-1319, Dec., 1985.
- [16] BEAULIEU, N. C. and ABU-DAYYA, A. A. – Analysis of Equal Gain Diversity on Nakagami Fading Channels, *IEEE Trans. Commun.*, **COM-39**:225-234, Feb., 1991.
- [17] ALOUINI, M. and GOLDSMITH, A. – A Unified Approach for Calculating Error Rates of linearly Modulated Signal over Generalized Fading Channels, *Proc. IEEE ICC'98*, 459-464, Atlanta, GA, 1998.
- [18] SIMON, M. and ALOUINI, M. – A unified Approach to Performance Analysis of Digital Communication over Generalized Fading Channels, *Proc. IEEE*, **48**:1860-1877, Sep., 1998.
- [19] SIMON, M. and ALOUINI M. S. – *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*, Wiley, New York, 2000.
- [20] ANNAMALAI, A. TELLAMBURA, C., and BHARGARA, V. K. – A General Method for Calculation Error Probabilities over Fading Channels, *IEEE Trans. On Communications*, 36-40, 2000.
- [21] ANNAMALAI, A. TELLAMBURA, C., and BHARGARA, V. K. – A Unified Analysis of MPSK and MDPSK with Diversity Reception in Different Fading Environments, *IEEE Electr. Lett.*, **34**:1564-1565, Aug., 1998.
- [22] PIERCE, J. N. – Theoretical Diversity Improvement in Frequency-Shift Keying, *Proc. IRE*, 46:903-910, May, 1958.

- [23] BRENNAN, D. G. – Linear Diversity Combining Techniques, *Proc. IRE.*, **47**:1075-1102, 1959.
- [24] TURIN, G. L. – On Optimal Diversity Reception, *IRE Trans. Inform. Theory*, **IT-7**:154-166, Jul., 1961.
- [25] TURIN, G. L. – On optimal Diversity Reception II, *IRE Trans. Commun. Syst.*, **CS-12**:22-31, Mar., 1962.
- [26] BARROW, B. – Diversity Combining of Fading Signals with Unequal Mean Strengths, *IEEE Tras. Commun. Syst.*, **CS-11**:73-78, Mar., 1963
- [27] CHENNAKESHU, S., and ANDERSON, J. B. – Error Rates for Rayleigh Fading Multichannel Reception of MPSK Signal, *IEEE Trans. On Communications*, **43**:338-346 Feb., 1995.
- [28] D'ÁVILA, César Kyn – *Uma plataforma Flexível de Predição de Cobertura Celular com Métodos Empíricos e Estatísticos Combinados* – Tese de Mestrado.
- [29] YACOUB, M. D. – *Foundations of Mobile Radio Engineering*. CRC Press, 1993
- [30] OKUMURA, Y.; OHMORIY E.; KAWANO, T. and FUKUDA, K. – Field Strength and Its Variability in VHF and UHF Land-Mobile Radio Service. *Review of the Electrical Communication laboratories*, **16(9-10)**; 825-873. Sep.-Oct., 1968.
- [31] HATA, M. – Empirical Formula for Propagation Loss in Land Mobile Radio Services, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, **29(3)**: 317-325, Sep., 1980.
- [32] LEE, W. C. Y. – *Mobile Communications Design Fundamental*. Howard W Sams and Company.
- [33] PARSONS ,J. D. and IBRAHIM, M. F.. “*Signal Strength Predictions in built-up Areas Part 1: Median Signal Strength*”. IEEE Proceeding- F,130(5): 377-384, August 1983.
- [34] BULLINGTON, K. – *Radio Propagation at Frequencies about 30 Mc.*. *Proc. IRE*, **35(10)**:1122-1136, 1947.

- [35] DEYGOUT, J. – Multiple knife-edge Diffraction of Microwaves, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **14(40)**:480-489, Jul., 1966.
- [36] GIOVANELLI, G. L. – An Analysis of Simplified Solutions for Multiple knife-edge Diffraction, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **32(3)**:297-301, Mar., 1984.
- [37] PROAKIS, J. D. – *Digital Communications* – 4<sup>th</sup> Edition – McGraw Hill, 2000
- [38] STÜBER, G. L. – *Principles of Mobile Communications*, Norwell, MA.: *Kluwer Academic Publishes*, 1996.
- [39] JAMES, H. B. and WELLS, P. I., Some tropospheric scatter propagation measurements near the radio-horizon, *Proc. IRE*, 1336-1340, Oct., 1955.
- [40] SUGAR, G. R., Some fading Characteristics of regular VHF ionospheric propagation, *Proc. IRE*, 1432-1436, 1955.
- [41] BASU, S., E. MACKENZIE, M., BASU, S., COSTA, E., FOUGERE, P. F., CARLSON, H.C., and WHITNEY, H. E – 250 MHz/GHz scintillation parameter in the equatorial, polar, and aural environments, *IEEE J. Selt. Areas Commun.*, **SAC-5**:102-115, Feb., 1987.
- [42] T. L. Staley, R. C. North, W. H. Ku, and ZEIDLER, J.R. – Performance of Coherent MPSK on frequency selective slowly fading channels, *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (Vtc'96)*, 784-788, Atlanta, GA, Apr. 1996.
- [43] XIONG, Fugin., *Digital Modulation Techniques* – Artech House Publishers, 2000.
- [44] STEWART, K. A., LABEDZ, G. P., and SOHRABI K., – Wideband channel measurements at 900 MHz, *proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'95)*, 236-240, Chicago, Jul. 1995.
- [45] BULTITUDE, R. J. C., MAHMOUD, S. A., and SULIVAN, W. A. – A comparison of indoor radio propagation characteristics at 910 MHz and 1.75 GHz, *IEEE J. Selt. Areas Commun.*, **SAC-7**:20-30, Jan. 1989.
- [46] RAPPAPORT, T. S. Mcgillem C. D. – UHF fading in factories, *IEEE J. Selt. Areas Commun.*, **SAC-7**: 40-48, Jan., 1989.

- [47] MUNRO, G. H. – Scintillation of radio signal from satellites, *J. Geophys. Res.*, **68**, Apr. 1963.
- [48] SHAFT, P. D. – On the relationship between scintillation index and Rician fading, *IEEE Trans. Commun.*, **COM. 22**: 731-732, May, 1974.
- [49] AULIN, T. – Characteristics of a digital mobile radio channel, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, **VT-30**: 45-53, May 1981.
- [50] BRAUN, W R. and DERSCH, U. – A physical mobile radio channel model. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **40(2)**:472-482, May, 1991.
- [51] SHEIKH, A. U., HANDFORTH, M., and ABDI, M. – Indoor mobile radio channel at 956 MHz: measurements and modeling. – *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'93)*, 73-76, Secaucus, NJ, May, 1993.
- [52] FREMOUW, E. J. and BATES, H. F., Worldwide behavior of average VHF-UHF scintillation, – *Radio Sci.*, **6**: 863-869, Oct., 1971.
- [53] ABRAMOWITZ, M., STEGUN, A., – *Handbook of Mathematical Functions*.
- [54] GRADSHEYN, I. S., RYZHIK, I. M. – *Table of integrals, Series, and Products*, Academic Press, Sixth Edition, 2000.
- [55] SKLAR, B. Defining, Designing, and Evaluating Digital Communication Systems, – *IEEE Commun.*, **31(11)**:92-101, Nov., 1993.
- [56] SKLAR, B. – *Digital Communications – Fundamentals and Applications Prentice-Hall PTR*, 2<sup>nd</sup> Edition, 2001.
- [57] YACOUB, M. D., BAUTISTA, J. E. V., GUEDES, L. G. R. – On Higher Order Statistics of the Nakagami-*m* distribution, *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, **48(3)**, May, 1999.
- [58] LAW, Averill, M. – *Simulation modeling and analysis*, 3<sup>rd</sup> Edition. 2000.