

Estatísticas de Ordem Superior para a Distribuição κ - μ .

RENAN SHEL DUQUE

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

Orientador: PROF. DR. SANDRO ADRIANO FASOLO

**Santa Rita do Sapucaí
2003**

Dissertação defendida e aprovada em 12/12/2003, pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo (DTE-Inatel)

Prof. Dr. Dalton Soares Arantes (DECOM-UNICAMP)

Prof. Dr. Carlos Alberto Ynoguti (DCOM-Inatel)

Coordenador do Curso de Mestrado

à minha esposa Rosaly.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus, nosso Pai criador. Ao meu orientador Sandro, exemplo de competência, que além de ter me proporcionado o suporte técnico na elaboração do trabalho, proporcionou também o apoio, acreditando em meu potencial e me incentivando. Agradeço aos professores que em determinados momentos foram de fundamental importância para a continuidade do trabalho, eliminando as dúvidas que surgiam, dentre eles os professores Carlos Ynoguti e Francisco Fraga. Agradeço o apoio do professor Carlos Nazareth, que deu-me a oportunidade de mostrar meu trabalho através do Programa de Estágio Docente (PED) e ao Inatel pelo apoio financeiro dado.

Aos amigos que estiveram presentes durante o curso de Mestrado, compartilhando cada momento. Pessoas como Florence, Sisley, Laert, Egídio, Ivan, Ana Cristina, Fábio Nascimento, Carolina Geovanini, Cristian, Ângelo, Daniela Barude, Eduardo Pina, Magna, dentre vários outros. Aos amigos distantes Marciel e Érika.

Finalmente agradeço à minha família, aos meus pais por terem me dado a vida, aos meus irmãos, à minha esposa Rosaly, maior exemplo de amor que pude presenciar e à sua família que me acolheu como um filho. Amo vocês!

Índice

Lista de Figuras	vii
Lista de Abreviaturas e Siglas	ix
Lista de Símbolos	x
1 Introdução	1
1.1 Introdução	1
1.2 Transmissão em canais com desvanecimento	1
1.2.1 Desvio Doppler	2
1.3 Histórico	3
1.4 Proposta de trabalho	3
2 A Distribuição $\kappa - \mu$	5
2.1 Introdução	5
2.2 Desenvolvimento da fdp $\kappa - \mu$	6
2.3 Relação entre os parâmetros κ , μ e m	9
2.4 Fdp da distribuição $\kappa - \mu$ em função de ρ	10
2.5 Relação entre a distribuição $\kappa - \mu$ e outras distribuições	11
2.6 Conclusão	12
3 Geração do Sinal $\kappa - \mu$	13
3.1 Introdução	13
3.2 Geração de um sinal Rayleigh	14
3.3 Geração de um sinal Rice	17
3.4 Geração de um sinal $\kappa - \mu$	17
3.5 Geração de um sinal Nakagami- m	22
3.6 Conclusão	22

4	Distribuições da Derivada da Envoltória	24
4.1	Introdução	24
4.2	Ambiente Rayleigh	24
4.3	Ambiente Rice	28
4.4	Ambiente $\kappa - \mu$	30
4.5	Ambiente Nakagami- m	34
4.5.1	Obtenção através da definição de um sinal Nakagami- m [20]	35
4.5.2	Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$	36
4.6	Conclusão	37
5	Taxa de Cruzamento de Nível	38
5.1	Introdução	38
5.2	Definição da taxa de cruzamento de nível	38
5.3	Ambiente $\kappa - \mu$	39
5.4	Obtenção da taxa de cruzamento de nível para as outras distribuições a partir da distribuição $\kappa - \mu$	42
5.4.1	Ambiente Rice	42
5.4.2	Ambiente Rayleigh	43
5.4.3	Ambiente Nakagami- m	45
5.5	Conclusão	46
6	Tempo Médio de Desvanecimento	48
6.1	Introdução	48
6.2	Definição do tempo médio de desvanecimento	48
6.3	Ambiente $\kappa - \mu$	49
6.4	Obtenção do tempo médio de desvanecimento para outras distribuições a partir da distribuição $\kappa - \mu$	51
6.4.1	Ambiente Rice	51
6.4.2	Ambiente Rayleigh	52
6.4.3	Ambiente Nakagami- m	54
6.5	Conclusão	56
7	Conclusão	57
7.1	Introdução	57
7.2	Propostas para trabalhos futuros	58
A	Sumário Matemático	59

Lista de Figuras

2.1	Mecanismo de propagação em um ambiente $\kappa - \mu$	6
2.2	Distribuição $\kappa - \mu$	10
2.3	Gráfico da fdc $\kappa - \mu$	11
3.1	Densidade espectral de potência de um sinal recebido devido ao efeito Doppler.	14
3.2	Implementação de um gerador de sinais Rayleigh conforme [15].	15
3.3	Desvanecimento Rayleigh para $f = 900$ MHz e $v = 30$ km/h.	16
3.4	Distribuição de Rayleigh.	16
3.5	Desvanecimento Rice para $f = 900$ MHz e $v = 30$ km/h.	18
3.6	Distribuição de Rice.	18
3.7	Implementação de um gerador de sinais $\kappa - \mu$	19
3.8	Desvanecimento $\kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $v = 60$ km/h e $\mu = 2,5$	20
3.9	Distribuição $\kappa - \mu$ para $\mu = 2,5$	20
3.10	Desvanecimento $\kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $v = 60$ km/h e $\kappa = 2$	21
3.11	Distribuição $\kappa - \mu$ para $\kappa = 2$	21
3.12	Desvanecimento $\kappa - \mu$ para $f = 900$ MHz, $\kappa = 2$ e $\mu = 2,5$	22
3.13	Desvanecimento Nakagami- m para $f = 900$ MHz e $v = 30$ km/h.	23
3.14	Distribuição de Nakagami- m	23
5.1	Taxa de cruzamento de nível - $\kappa - \mu$ para $\kappa = 2$	41
5.2	Taxa de cruzamento de nível - $\kappa - \mu$ para $\mu = 2$	41
5.3	Taxa de cruzamento de nível - Rice.	43
5.4	Taxa de cruzamento de nível - Rayleigh.	44
5.5	Taxa de cruzamento de nível - Nakagami- m	46
6.1	Tempo médio de desvanecimento - $\kappa - \mu$ para $\kappa = 2$	50
6.2	Tempo médio de desvanecimento - $\kappa - \mu$ para $\mu = 2$	50
6.3	Tempo médio de desvanecimento - Rice.	52
6.4	Tempo médio de desvanecimento - Rayleigh.	54
6.5	Tempo médio de desvanecimento - Nakagami- m	56

A.1 Sumário matemático	63
----------------------------------	----

Lista de Abreviaturas e Siglas

fdc	Função de distribuição cumulativa
fdp	Função densidade de probabilidade
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i> - transformada rápida de Fourier inversa.
LCR	<i>Level Crossing Rate</i> - taxa de cruzamento de nível
LOS	<i>Line of Sight</i> - linha de visada direta
NLOS	<i>Non Line of Sight</i> - sem linha de visada direta
rms	<i>Root Mean Square Value</i> - raiz quadrada do valor quadrático médio ou raiz quadrada da potência média normalizada
va	variável aleatória

Lista de Símbolos

- v Velocidade de deslocamento do receptor móvel
- λ Comprimento de onda do sinal transmitido
- f Freqüência do sinal transmitido
- f_D Desvio Doppler sofrido pelo sinal
- r Envoltória do sinal recebido distribuída de acordo com uma distribuição específica
- r_i Envoltória do sinal recebido de acordo com uma distribuição específica do i -ésimo *cluster*
- x_i Processo aleatório independente com fdp Gaussiana com média zero e variância σ_x^2
- y_i Processo aleatório independente com fdp Gaussiana com média zero e variância σ_y^2
- p_i Valor médio da componente em fase da onda do i -ésimo *cluster*
- q_i Valor médio da componente em quadratura da onda do i -ésimo *cluster*
- \hat{r} Valor rms de r
- \hat{r}_i Valor rms de r_i

ρ	Envoltória normalizada do sinal em relação ao valor rms de r
n	Número de percursos
$L^{-1}[f(\cdot)]$	Transformada inversa de Laplace de $f(\cdot)$
$L[f(\cdot)]$	Transformada de Laplace de $f(\cdot)$
s	Variável complexa de Laplace
$p(\cdot)$	Função densidade de probabilidade
$P(\cdot)$	Função de distribuição cumulativa
$\exp(\cdot)$	Função exponencial
$\Gamma(\cdot)$	Função Gama
$I_0(\cdot)$	Função de Bessel modificada de ordem 0
$I_\nu(\cdot)$	Função de Bessel modificada de ordem ν
$E[\cdot]$	Valor médio ou valor esperado de uma va
Ω	Valor quadrático médio de r
σ	Desvio padrão
σ^2	Variância
$Var[\cdot]$	Variância
K	Parâmetro K da distribuição de Rice

m	Fator de desvanecimento ou parâmetro m da distribuição de Nakagami- m
μ	Parâmetro μ da distribuição κ - μ
κ	Parâmetro κ da distribuição κ - μ
f_m	Desvio Doppler máximo sofrido pelo sinal
$S_{Ez}(f)$	Densidade espectral de potência do sinal resultante devido ao efeito Doppler
\dot{r}	Derivada em função do tempo da envoltória do sinal recebido distribuída de acordo com uma distribuição específica
$p(\cdot, \cdot)$	Função densidade de probabilidade conjunta
s_r	Sinal recebido em um ambiente de múltiplos percursos para um receptor em deslocamento
β	Coefficiente de fase
T_i	Atraso de tempo do sinal recebido devido ao i -ésimo percurso
Λ	Matriz de Covariâncias
λ_{jk}	Elemento da linha j e coluna k da Matriz de Covariâncias
$ \lambda _{jk}$	Cofator do elemento λ_{jk} da Matriz de Covariâncias
$\text{Cov}(\cdot, \cdot)$	Covariância
$[\Lambda]$	Determinante da Matriz de Covariâncias
$ J $	Jacobiano de uma transformação de va's

${}_1F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$ Função hipergeométrica confluyente

R_c Taxa de cruzamento de nível

τ Tempo médio de desvanecimento

Resumo

DUQUE, R. S. Estatísticas de ordem superior para a distribuição κ - μ . Santa Rita do Sapucaí, 2003. Instituto Nacional de Telecomunicações.

Nessa dissertação foi realizado o desenvolvimento das estatísticas de segunda ordem para a distribuição κ - μ . A distribuição κ - μ é uma abordagem geral da propagação de sinais em meios não homogêneos e engloba as distribuições de Rayleigh, Rice e Nakagami- m como casos especiais. Como contribuições originais tem-se o desenvolvimento das equações da taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento, a implementação de um simulador para geração de um sinal com desvanecimento κ - μ considerando o efeito Doppler para qualquer valor de κ e μ múltiplo de $1/2$, a constatação que a derivada da envoltória de um sinal com desvanecimento κ - μ possui uma distribuição Gaussiana.

Palavras-chave: desvanecimento, distribuição κ - μ , distribuição de Rayleigh, distribuição de Rice, distribuição de Nakagami- m , taxa de cruzamento de nível, tempo médio de desvanecimento.

Abstract

DUQUE, R. S. Estatísticas de ordem superior para a distribuição κ - μ . Santa Rita do Sapucaí, 2003. Instituto Nacional de Telecomunicações.

A theoretical study about fading channels modeled according to the $\kappa - \mu$ distribution is developed to obtain the higher order statistics. The $\kappa - \mu$ density function is a general fading distribution used to model the wave propagation in a non homogeneous environment and includes the Rayleigh, Rice and Nakagami- m density functions as special cases. This dissertation presents several original contributions. The first of all is the development of the level crossing rate and average fade duration expressions. Another important contribution is the development of a channel simulator to generate a $\kappa - \mu$ fading signal where κ can assume real positive values and μ is a multiple of $1/2$. Finally, this dissertation presents the proof that the $\kappa - \mu$ envelope derivative with respect to time is Gaussian distributed.

Keywords: Fading, κ - μ distribution, Rayleigh distribution, Rice distribution, Nakagami- m distribution, level crossing rate and average fade duration.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Introdução

Um sinal transmitido por um canal de rádio móvel se propaga sofrendo vários efeitos, como sombreamento, múltiplos percursos e desvio Doppler. Uma descrição matemática exata da envoltória do sinal recebido considerando todos estes efeitos é desconhecida ou muito complexa [1], [2]. Ao invés de buscar modelos determinísticos, para a caracterização da envoltória do sinal recebido, utiliza-se modelos estatísticos que fornecem bons resultados na análise do sinal recebido em canais com desvanecimento.

1.2 Transmissão em canais com desvanecimento

Desvanecimento é um fenômeno causado pela interferência de duas ou mais versões do sinal transmitido que chegam ao receptor com diferentes amplitudes e atrasos. Estas versões do sinal chegam ao receptor proveniente de vários percursos diferentes (múltiplos percursos). Este fenômeno pode causar no sinal recebido uma grande variação em sua amplitude e fase dentro de um curto período de tempo. Os três efeitos mais importantes do desvanecimento são:

1. Mudanças rápidas na envoltória do sinal recebido em pequenos intervalos de tempo causadas pelo deslocamento do receptor e/ou objetos existentes no meio de propagação. Mesmo o receptor estando parado, o deslocamento dos objetos ao seu redor causa desvanecimento no sinal recebido.
2. Mudança aleatória na frequência do sinal recebido causada pelo efeito Doppler.

3. Dispersão temporal (eco) causada pelo atraso de propagação do sinal proveniente de cada percurso.

Em um canal de comunicação móvel, tal como o ambiente celular e o canal de satélite, o desvanecimento em áreas urbanas é causado pela reflexão e difração do sinal em diversas estruturas presentes no meio de propagação, como a superfície terrestre, prédios, construções, veículos, etc. A intensidade do desvanecimento é maior quanto menor for a altura da antena de recepção quando comparada com os obstáculos presentes ao seu redor.

Quando o fenômeno de múltiplos percursos for pronunciado, o desempenho do sistema de comunicação pode ser reduzido, através do aumento da taxa de erro de bit para um valor acima do valor exigido para o seu perfeito funcionamento. Este problema é contornado através da utilização de técnicas como equalização do canal ou diversidade.

A técnica da diversidade consiste em fornecer ao receptor dois ou mais canais com a mesma informação sujeita a desvanecimentos estatisticamente independentes. Logo, se um caminho sofre um desvanecimento profundo é esperado que o outro não sofra. Existem várias técnicas de diversidade tais como diversidade espacial, temporal, de frequência, angular e de polarização. Cada um dos métodos possui vantagens e desvantagens, como por exemplo, o fato da diversidade em frequência e temporal necessitarem de uma banda espectral adicional, o que reduz a sua capacidade.

1.2.1 Desvio Doppler

Desvio Doppler é a percepção de uma frequência diferente da transmitida causada pelo movimento relativo entre o transmissor e receptor. Este movimento relativo entre o transmissor e o receptor resulta em uma modulação aleatória de frequência no sinal devido aos diferentes deslocamentos Doppler em cada componente dos múltiplos percursos. O deslocamento Doppler provoca dispersão em frequência da portadora, ocasionando espalhamento da banda do sinal.

Considerando um veículo se movendo com uma velocidade v e recebendo um sinal com frequência f , o desvio Doppler é calculado pela equação

$$f_D = \frac{v}{\lambda} \cos(\theta), \quad (1.1)$$

onde $\lambda = 3 \cdot 10^8 / f$ é o comprimento de onda do sinal transmitido e θ é o ângulo entre a direção de deslocamento do veículo em relação à frente de onda recebida. A equação (1.1) mostra que o desvio Doppler ou deslocamento Doppler é diretamente proporcional à velocidade e ao cosseno do ângulo formado entre a direção de deslocamento do receptor e a frente de onda recebida, e inversamente proporcional ao comprimento de onda do sinal. Quando o receptor se

move em direção ao transmissor, o deslocamento Doppler será positivo, ou seja, a frequência recebida será maior que a frequência do sinal. Quando o receptor se afasta do transmissor, a frequência de recepção será menor que a frequência do sinal.

1.3 Histórico

Algumas distribuições, como a de Rayleigh, Rice e Nakagami- m , são de grande utilidade prática na descrição das estatísticas do sinal de rádio. A distribuição de Rayleigh descreve a envoltória do sinal recebido resultante de uma propagação com múltiplos percursos e sem uma linha de visada direta - NLOS (*Non Line of Sight*) com potência predominante. A distribuição de Rice descreve a envoltória do sinal recebido resultante de uma propagação com múltiplos percursos e uma componente em linha de visada direta - LOS (*Line of Sight*). A distribuição de Nakagami- m utiliza um parâmetro para descrever o grau de desvanecimento sofrido pelo sinal se propagando em um ambiente de múltiplos percursos.

As primeiras investigações teóricas para modelar estatisticamente canais com desvanecimento foram feitas por Lord Rayleigh em 1880 [4], que desenvolveu a distribuição que levou seu nome. Em 1935, Pawsey's confirmou através de experimentos aplicações para o modelo desenvolvido por Rayleigh [4]. Em 1948 surgiu o modelo de canal desenvolvido por Rice [5], que se diferenciava do modelo proposto por Rayleigh pelo fato de considerar a recepção de uma onda com potência predominante sobre as demais componentes recebidas dos múltiplos percursos.

Os estudos mais abrangentes dos modelos estatísticos começaram na década de 60 [6]. Nakagami e Clarke começaram a utilizar distribuições estatísticas com o intuito de descrever as variações rápidas do sinal recebido. Nas décadas de 70 e 80 surgiram novos trabalhos no desenvolvimento de distribuições que descrevessem de forma mais eficiente e precisa os ambientes de propagação. Suzuki e Hansen [6] realizaram estudos para descrever os efeitos sofridos pelo sinal devido a sombreamento e os múltiplos percursos. Ao mesmo tempo, foram desenvolvidos trabalhos com o intuito de confirmar as distribuições já desenvolvidas.

Novas distribuições foram sendo estudadas sempre com o objetivo de descrever as variações do sinal recebido. Recentemente, foi proposta por Yacoub em 2001 uma nova distribuição estatística chamada $\kappa - \mu$ [7], que inclui as distribuições de Rayleigh, Rice e Nakagami- m como casos particulares.

1.4 Proposta de trabalho

Este trabalho de dissertação possui dois objetivos principais:

1. O desenvolvimento de expressões para o modelamento da taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento para canais modelados de acordo com a distribuição $\kappa - \mu$.
2. A implementação de um gerador de sinais modelados pela distribuição $\kappa - \mu$ levando em conta o efeito Doppler. Através deste gerador serão obtidas de simulações as curvas práticas da taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento para a distribuição $\kappa - \mu$. Estas curvas serão comparadas com as curvas teóricas geradas a partir das equações desenvolvidas.

Esta dissertação está organizada da seguinte maneira: no Capítulo 2 é feito um resumo sobre a distribuição $\kappa - \mu$, apresentando um estudo das características do ambiente de propagação, assim como obter outras distribuições a partir da configuração dos parâmetros κ e μ .

No Capítulo 3 é feito o desenvolvimento do gerador de sinais modelados pela distribuição $\kappa - \mu$, constituindo a primeira contribuição original deste trabalho. Através da utilização deste gerador são obtidas as curvas das fdp dos sinais gerados, que serão comparadas com suas curvas teóricas.

A equação da fdp da derivada de uma envoltória $\kappa - \mu$ é desenvolvida no Capítulo 4 e constitui a segunda contribuição original deste trabalho. Esta equação é a base para o desenvolvimento dos Capítulos 5 e 6.

Nos Capítulos 5 e 6 serão apresentadas as curvas teóricas da taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento, respectivamente, a partir das equações desenvolvidas, para a distribuição $\kappa - \mu$. Serão apresentadas também as curvas simuladas obtidas através do sinal $\kappa - \mu$ gerado a partir do gerador proposto no Capítulo 3. Os resultados dos Capítulos 5 e 6 constituem mais duas contribuições originais deste trabalho de dissertação.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões finais e os possíveis trabalhos futuros que podem ser gerados a partir do presente trabalho.

Capítulo 2

A Distribuição $\kappa - \mu$

2.1 Introdução

A propagação de um sinal em um ambiente rádio móvel é caracterizada por ondas incidentes interagindo com irregularidades em superfícies através da difração, espalhamento, reflexão e absorção das mesmas.

Esta interação dos sinais com estruturas físicas gera uma distribuição contínua de ondas parciais, cujas amplitudes e fases variam de acordo com a topologia e as propriedades físicas das superfícies. Dessa forma, o sinal transmitido atinge o receptor vindo de vários percursos diferentes, gerando o desvanecimento de curto prazo.

Algumas distribuições conhecidas, como a de Rayleigh, Rice e Nakagami- m são utilizadas para modelar o desvanecimento em um ambiente de propagação homogêneo, cujas características são [8]:

- Grande número de ondas parciais,
- Amplitudes das ondas parciais idênticas,
- Nenhuma correlação entre as diferentes ondas parciais,
- Nenhuma correlação entre fase e amplitude de uma onda parcial e
- Distribuição de fase homogênea entre $[0, 2\pi]$.

Medidas práticas apresentaram grande concordância com as fórmulas teóricas das distribuições citadas. A modelagem feita pela distribuição $\kappa - \mu$ [7] considera um sinal composto de vários *clusters* se propagando em um ambiente não homogêneo, conforme Figura 2.1. Dentro de um *cluster*, as fases das ondas são aleatórias e possuem atrasos temporais semelhantes e,

entre *clusters* diferentes os atrasos das ondas são relativamente grandes. Assume-se também que as ondas dos múltiplos percursos dos vários *clusters* possuem potências idênticas, onde dentro de cada *cluster* existe uma componente dominante de potência arbitrária.

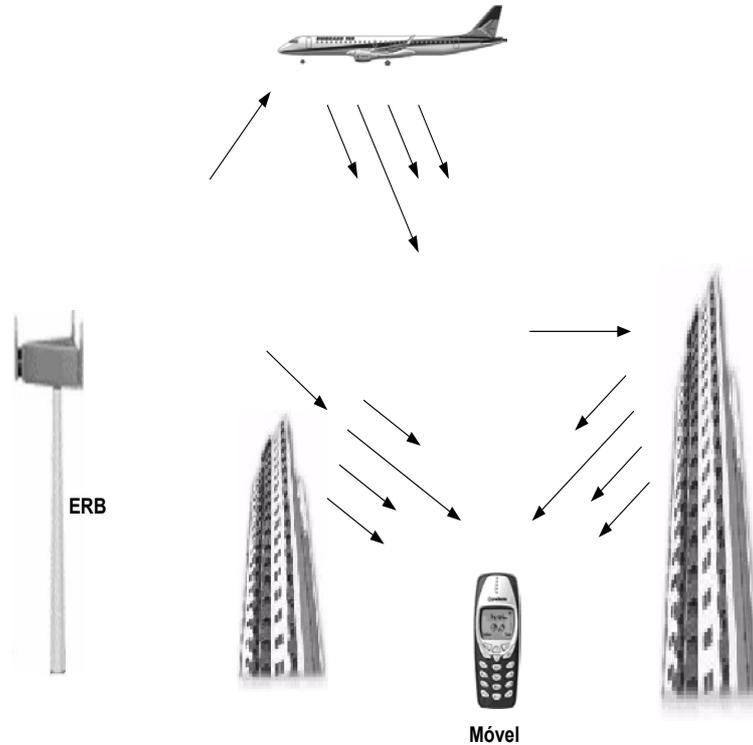


Figura 2.1: Mecanismo de propagação em um ambiente $\kappa - \mu$.

As distribuições de Rayleigh, Rice e Nakagami- m constituem casos particulares da distribuição $\kappa - \mu$. Se for considerada a existência de apenas um *cluster*, ou seja, um conjunto de ondas espalhadas, a distribuição de Rayleigh é obtida. Se dentro deste *cluster* existir uma onda proveniente dos múltiplos percursos com potência predominante sobre as demais componentes (LOS), o ambiente é modelado pela distribuição de Rice. Se existirem vários *clusters*, onde dentro de cada *cluster* não existe uma componente com potência predominante (NLOS) e as fases das ondas espalhadas são aleatórias e com atrasos temporais semelhantes e, entre *clusters* diferentes o espalhamento ou atraso entre as ondas é grande, o ambiente é modelado pela distribuição de Nakagami- m .

2.2 Desenvolvimento da fdp $\kappa - \mu$

Seja a envoltória $r(t)$ de um sinal $\kappa - \mu$ recebido, dada em função de suas componentes em fase e quadratura por

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (x_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i + q_i)^2, \quad (2.1)$$

onde x_i e y_i são processos aleatórios gaussianos com média $E[x_i] = E[y_i] = 0$ e variância $\text{Var}[x_i] = \text{Var}[y_i] = E[x_i^2] = E[y_i^2] = \sigma^2$. As componentes p_i e q_i representam os valores médios das componentes em fase e em quadratura da onda do i -ésimo *cluster*, respectivamente.

Supõe-se que $\xi_i = (x_i + p_i)^2$ e $\psi_i = (y_i + q_i)^2$ são variáveis estatisticamente independentes, de forma que

$$r^2 = \sum_{i=1}^n \xi_i + \sum_{i=1}^n \psi_i, \quad (2.2)$$

o que facilita o cálculo da fdp $p(r^2)$. As fdp's $p(\xi_i)$ e $p(\psi_i)$ são obtidas fazendo-se a mudança das variáveis x_i e y_i para as variáveis ξ_i e ψ_i , respectivamente, ou seja, através das expressões

$$p(\xi_i)|d\xi_i| = p(x_i)|dx_i| \quad (2.3)$$

e

$$p(\psi_i)|d\psi_i| = p(y_i)|dy_i|. \quad (2.4)$$

Após algumas manipulações algébricas obtém-se

$$p(\lambda_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda_i}\sigma} \exp\left(-\frac{\lambda_i + s_i^2}{2\sigma^2}\right) \cosh\left(\frac{\sqrt{\lambda_i}s_i}{\sigma^2}\right), \quad (2.5)$$

onde $\lambda_i = \xi_i$ e $s_i = p_i$ ou $\lambda_i = \psi_i$ e $s_i = q_i$.

A fdp $p(\lambda_i)$ do sinal complexo é obtida através da convolução das fdp's das componentes em fase e quadratura $p(\xi_i)$ e $p(\psi_i)$, respectivamente [9]. Tal procedimento é bastante complicado. O cálculo desta fdp pode ser muito simplificado multiplicando-se as transformadas de Laplace de $p(\xi_i)$ e $p(\psi_i)$. De acordo com [10], a transformada de Laplace da equação (2.5) é dada por

$$L[p(\lambda_i)] = \frac{1}{\sqrt{1 + 2\sigma^2s}} \exp\left(-\frac{ss_i^2}{1 + 2\sigma^2s}\right), \quad (2.6)$$

onde s é a variável complexa de Laplace.

Uma vez que o sinal recebido é composto pela soma dos n elementos em fase e n elementos em quadratura, devemos fazer a multiplicação dos $2n$ elementos que são as transformadas de Laplace das fdp's das componentes em fase e quadratura, resultando

$$L[p(r^2)] = \frac{1}{(1 + 2\sigma^2s)^n} \exp\left[-\frac{s \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{1 + 2\sigma^2s}\right]. \quad (2.7)$$

Finalmente, através da transformada inversa de Laplace da equação (2.7), dada por [10],

a fdp da envoltória do sinal é obtida

$$p(r^2) = \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{r^2}{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \right)^{\frac{n-1}{2}} \exp \left[-\frac{r^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \right] I_{n-1} \left[\frac{\sqrt{r^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}}{\sigma^2} \right], \quad (2.8)$$

para $r \geq 0$, onde $I_v(\cdot)$ é a função de Bessel Modificada de ordem arbitrária v .

Tomando-se a equação (2.1) e calculando sua média, considerando que x_i e y_i são processos aleatórios independentes com fdp gaussiana de média nula e variância σ^2 , pode-se provar que o valor quadrático médio da envoltória do sinal é

$$E[r^2] = 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2), \quad (2.9)$$

e ainda

$$E[r^4] = 4n\sigma^4 + 4\sigma^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) + \left[2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) \right]^2. \quad (2.10)$$

A variância da potência é dada por

$$\text{Var}[r^2] = 4n\sigma^4 + 4\sigma^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2). \quad (2.11)$$

Elevando-se a equação (2.9) ao quadrado e dividindo o resultado pela equação (2.11), obtém-se [7]

$$\frac{E^2[r^2]}{\text{Var}[r^2]} = n \times \frac{(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa}, \quad (2.12)$$

onde κ , por definição, é a razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência total das componentes espalhadas, dado por

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2n\sigma^2}. \quad (2.13)$$

É importante observar na equação (2.12) que n (número de *clusters*) pode ser totalmente definido em função dos parâmetros físicos valor médio quadrático, variância da potência e a razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência total das ondas espalhadas do sinal em desvanecimento. Pode-se também notar que, embora estes parâmetros físicos sejam de natureza contínua, n é de natureza discreta. Definindo μ como sendo a extensão real de n obtém-se

$$\mu = \frac{E^2[r^2]}{\text{Var}[r^2]} \times \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}. \quad (2.14)$$

Utilizando-se as definições citadas anteriormente e fazendo-se algumas mudanças de variáveis e manipulações algébricas, obtém-se da equação (2.8) a fdp da envoltória do sinal recebido dada por

$$\hat{r} p(r) = \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1 + \kappa) \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right], \quad (2.15)$$

para $r \geq 0$, onde $\hat{r} = \sqrt{E[r^2]}$ é o valor *rms* da envoltória do sinal r .

2.3 Relação entre os parâmetros κ, μ e m

A distribuição $\kappa - \mu$, como o nome mesmo diz, é baseada em dois parâmetros, κ e μ . Da equação (2.14) pode-se ver que estes dois parâmetros podem ser expressos em função da razão entre o valor médio quadrático da envoltória r do sinal e a variância da potência. Esta razão é definida como m , da forma

$$m = \frac{E^2[r^2]}{\text{Var}[r^2]} \geq \frac{1}{2}, \quad (2.16)$$

onde m é a razão experimentalmente obtida por Nakagami [4]. Assim, pode-se definir uma relação entre m, κ e μ , a partir das equações (2.14) e (2.16), dada por

$$m = \frac{\mu(1 + \kappa)^2}{1 + 2\kappa}. \quad (2.17)$$

Para um dado valor de m , os parâmetros κ e μ são escolhidos de forma a produzir o melhor ajuste à equação (2.17). Por outro lado, para um determinado valor de m , pode-se definir a faixa de variação de μ quando κ varia de 0 a ∞ , ou seja,

$$0 \leq \mu \leq m. \quad (2.18)$$

O parâmetro μ é escolhido dentro da faixa de valores dada pela equação (2.18). De forma análoga, dado o valor de μ , pode-se encontrar o valor de κ isolando-o na equação (2.17), que resulta em

$$\kappa = \frac{m}{\mu} - 1 + \sqrt{\frac{m}{\mu} \left(\frac{m}{\mu} - 1\right)}. \quad (2.19)$$

2.4 Fdp da distribuição $\kappa - \mu$ em função de ρ

Sendo \hat{r} o valor *rms* de r e $\rho = r/\hat{r}$ a envoltória do sinal normalizada em relação ao valor *rms*, pode-se obter da equação (2.15), após uma mudança de variáveis, a fdp da distribuição $\kappa - \mu$ em função de ρ

$$p(\rho) = \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2] I_{\mu-1} \left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\rho \right], \quad \rho \geq 0. \quad (2.20)$$

O parâmetro μ da equação (2.14) pode ser expresso em função de ρ , por

$$\mu = \frac{1}{\text{Var}[\rho^2]} \times \frac{1+2\kappa}{(1+\kappa)^2}. \quad (2.21)$$

As Figuras 2.2 e 2.3 mostram os gráficos da fdp e da fdc da distribuição $\kappa - \mu$, respectivamente, para alguns valores de κ e μ tirados de [7]. A fdc da distribuição $\kappa - \mu$ é dada por

$$P(\rho) = \int_0^\rho \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} y^\mu \exp[-\mu(1+\kappa)y^2] I_{\mu-1} \left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}y \right] dy, \quad \rho \geq 0. \quad (2.22)$$

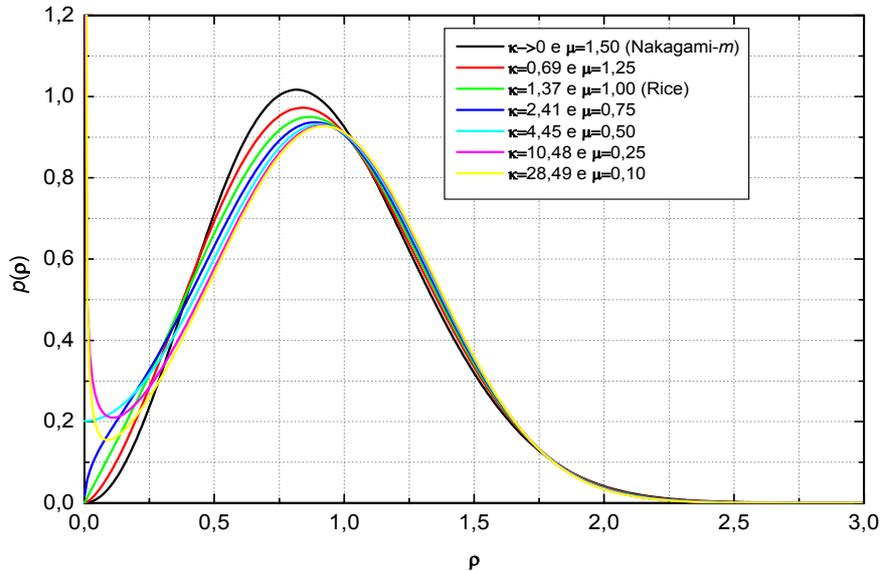


Figura 2.2: Distribuição $\kappa - \mu$.

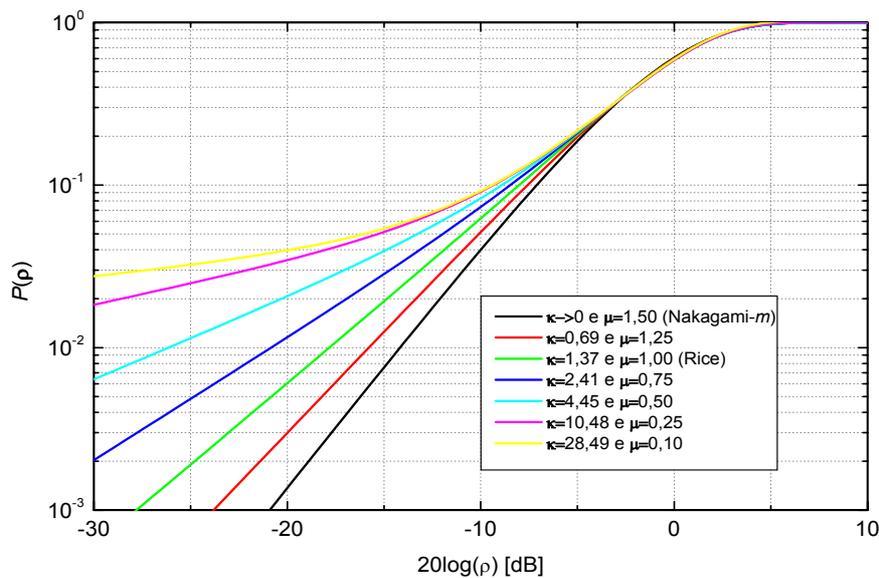


Figura 2.3: Gráfico da fdc $\kappa - \mu$.

2.5 Relação entre a distribuição $\kappa - \mu$ e outras distribuições

Como dito na Seção 2.1, algumas distribuições mais conhecidas podem ser obtidas através da distribuição $\kappa - \mu$. Tomando-se a equação (2.20) e ajustando-se o parâmetro $\mu = 1$, indica a existência de um *cluster* apenas. Assim, chega-se a

$$p(\rho) = \frac{2(1 + \kappa)}{\exp(\kappa)} \rho \exp[-(1 + \kappa)\rho^2] I_0 \left[2\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}\rho \right], \quad \rho \geq 0, \quad (2.23)$$

que é a fdp da distribuição de Rice normalizada em relação ao valor *rms* da envoltória do sinal. Neste caso, a constante κ coincide com a constante K da distribuição de Rice.

A distribuição de Rayleigh é obtida fazendo-se $\kappa = 0$ na equação (2.23). Dessa forma, dentro deste *cluster* não existe uma onda com potência predominante sobre as demais componentes, ou seja, $\mu = 1$ e $\kappa = 0$, resultando em

$$p(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2), \quad \rho \geq 0, \quad (2.24)$$

que é a fdp de Rayleigh normalizada em relação ao valor *rms* da envoltória do sinal em desvanecimento.

O sinal Nakagami- m pode ser entendido como a composição de *clusters* de ondas dos múltiplos percursos sem qualquer componente dominante dentro de cada *cluster*. Tomando a

equação (2.20) e fazendo $\kappa = 0$, deveria se obter como resultado a distribuição de Nakagami- m , o que não ocorre de imediato, devido a uma indeterminação (zero dividido por zero). Para valores pequenos do argumento da função de Bessel, a aproximação

$$I_{\mu-1}(z) \approx \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} \quad (2.25)$$

é válida [10]. Utilizando esta aproximação na equação (2.20) e fazendo algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$p(\rho) = \frac{2\mu^\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu}{2}}}{\exp(\mu\kappa)\Gamma(\mu)}\rho^{2\mu-1}\exp[-\mu(1+\kappa)\rho^2], \quad \rho \geq 0, \quad (2.26)$$

e fazendo $\kappa = 0$ obtém-se como resultado a equação

$$p(\rho) = \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)}\rho^{2\mu-1}\exp(-\mu\rho^2), \quad \rho \geq 0. \quad (2.27)$$

que é a fdp da distribuição de Nakagami- m . Neste caso, o parâmetro μ coincide com o já conhecido parâmetro m de Nakagami.

2.6 Conclusão

Este capítulo apresentou a distribuição $\kappa - \mu$, que representa um modelo geral de distribuição para modelar as variações de curto prazo do sinal em desvanecimento. A distribuição $\kappa - \mu$ inclui a distribuição de Rayleigh e, de uma forma mais geral, as distribuições Nakagami- m e Rice como casos particulares, sendo os parâmetros κ e μ mais abrangentes que os conhecidos parâmetros K de Rice e m de Nakagami- m . Os parâmetros κ e μ podem se tornar, em um caso particular, o parâmetro K de Rice e o parâmetro m de Nakagami- m , respectivamente.

Capítulo 3

Geração do Sinal $\kappa - \mu$

3.1 Introdução

Várias formas de implementar geradores de sinais considerando os efeitos de múltiplos percursos foram sugeridas, a fim de se fazer o estudo estatístico do comportamento do sinal com desvanecimento. O primeiro modelo, apresentado por Ossana [11] em 1964, se baseia em reflexões de ondas em lados planos de construções localizadas aleatoriamente no ambiente de propagação do sinal. O modelo de Ossana apresenta grande inflexibilidade em áreas urbanas onde uma linha de visada direta geralmente é obstruída por prédios ou outros obstáculos.

Um outro modelo proposto por Clarke [12] em 1968 se baseia nas características estatísticas dos campos eletromagnéticos do sinal recebido pela estação móvel, considerando o efeito de espalhamento. Posteriormente, Gans [13] desenvolveu uma análise espectral para o modelo de Clarke e, finalmente, Smith [14] utilizou-se desta análise para propor um modelo computacional para gerar um sinal sob efeitos de múltiplos percursos.

Neste capítulo será feita a implementação de um gerador de sinais $\kappa - \mu$, utilizando como base os conceitos desenvolvidos por Smith e encontrados em [15], que propôs uma forma fácil de simular em um computador um sinal modelado pela distribuição de Rayleigh utilizando o espectro Doppler. Foi feita uma adaptação no método de Smith, a fim de se obter um gerador de um sinal Rice, posteriormente utilizado na construção de um gerador $\kappa - \mu$. O gerador $\kappa - \mu$ para qualquer valor de κ e μ múltiplo de $1/2$ constitui uma contribuição original deste trabalho.

3.2 Geração de um sinal Rayleigh

Por definição, um sinal modelado pela distribuição de Rayleigh é obtido a partir de dois sinais Gaussianos de média nula. Supondo dois sinais gaussianos x e y de média nula e variância σ^2 , a envoltória de um sinal Rayleigh r é dada por

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (3.1)$$

O método proposto por Smith utiliza-se de um gerador de amostras de um sinal Gaussiano complexo (gerador de ruído) para produzir um espectro em banda básica contendo estes sinais complexos, que constituirão as componentes de frequência positivas. As componentes de frequência negativas do sinal são obtidas conjugando-se o sinal complexo das componentes positivas. Isto é feito utilizando o fato da *IFFT* de um sinal complexo e conjugado resultar em um sinal puramente real no domínio do tempo.

A componente de frequência máxima deste espectro é dada por f_m , que corresponde ao desvio Doppler máximo sofrido pelo sinal. Dessa forma, o sinal complexo Gaussiano é multiplicado por amostras do sinal $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ (filtragem Doppler), onde $S_{Ez}(f)$ corresponde à densidade espectral de potência do sinal resultante devido ao efeito Doppler, dada pela equação

$$S_{Ez}(f) = \frac{1,5}{\pi f_m \sqrt{1 - \left(\frac{f - f_c}{f_m}\right)^2}}, \quad (3.2)$$

e mostrada na Figura 3.1, onde $f_c = 0$, uma vez que o espectro é gerado em banda básica.

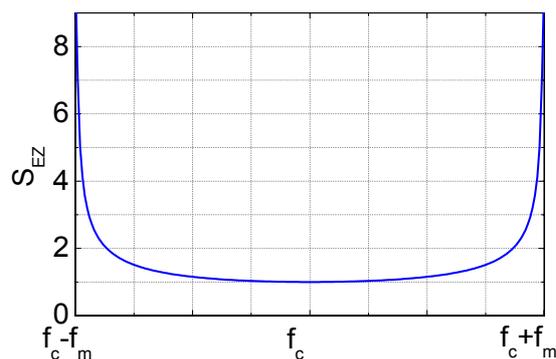


Figura 3.1: Densidade espectral de potência de um sinal recebido devido ao efeito Doppler.

É importante observar que o sinal $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ deve possuir a mesma quantidade de amostras do sinal Gaussiano complexo, para ser realizada a multiplicação. A Figura 3.2 mostra os passos da implementação de um gerador de sinais Rayleigh.

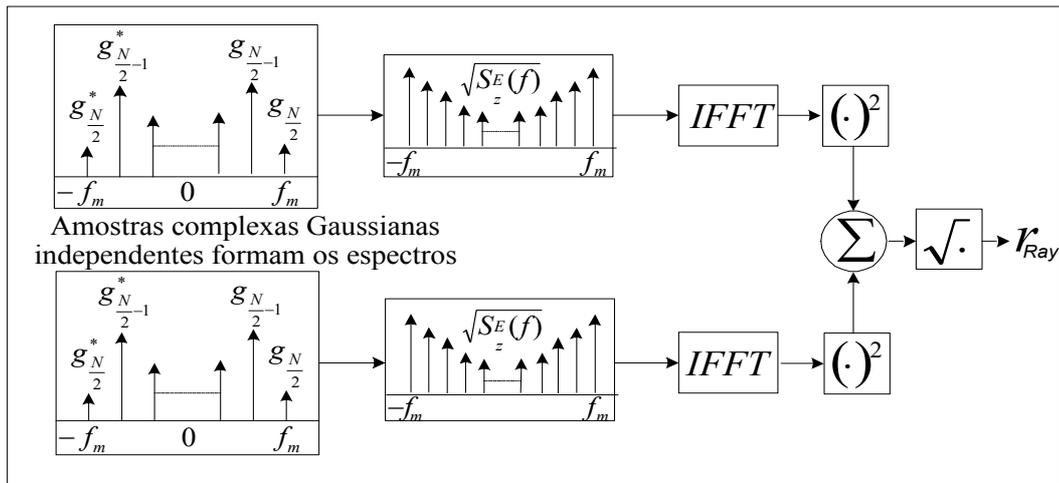


Figura 3.2: Implementação de um gerador de sinais Rayleigh conforme [15].

Para construir o simulador mostrado na Figura 3.2, os seguintes passos devem ser seguidos [15]:

1. Especificar o número de componentes de frequência N utilizado para representar $\sqrt{S_{Ez}(f)}$ e a frequência Doppler máxima f_m . O valor de N é geralmente uma potência de 2, o que torna a operação *IFFT* mais eficiente.
2. Calcular o espaçamento de frequência entre componentes adjacentes do espectro, dado por $\Delta f = 2f_m/(N - 1)$.
3. Gerar as $N/2$ amostras Gaussianas complexas que constituirão as componentes de frequências positivas do espectro.
4. Construir as componentes de frequências negativas do espectro conjugando as amostras geradas.
5. Multiplicar as componentes Gaussianas em fase e em quadratura pelas amostras do espectro Doppler $\sqrt{S_{Ez}(f)}$.
6. Calcular a *IFFT* dos sinais em fase e em quadratura resultantes para obter dois sinais reais de tamanho N . Elevar cada um destes sinais resultantes da *IFFT* ao quadrado e somar os resultados.
7. Extrair a raiz quadrada do sinal resultante para obter uma série de N amostras no tempo de um sinal Rayleigh com efeito Doppler.

A Figura 3.3 mostra o efeito do desvanecimento Rayleigh para um sinal se propagando com uma frequência de 900 MHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a uma

velocidade de 30 km/h. A Figura 3.4 mostra a fdp do sinal simulado e a curva teórica da distribuição de Rayleigh. Foram gerados para estas simulações cerca de 250 mil pontos.

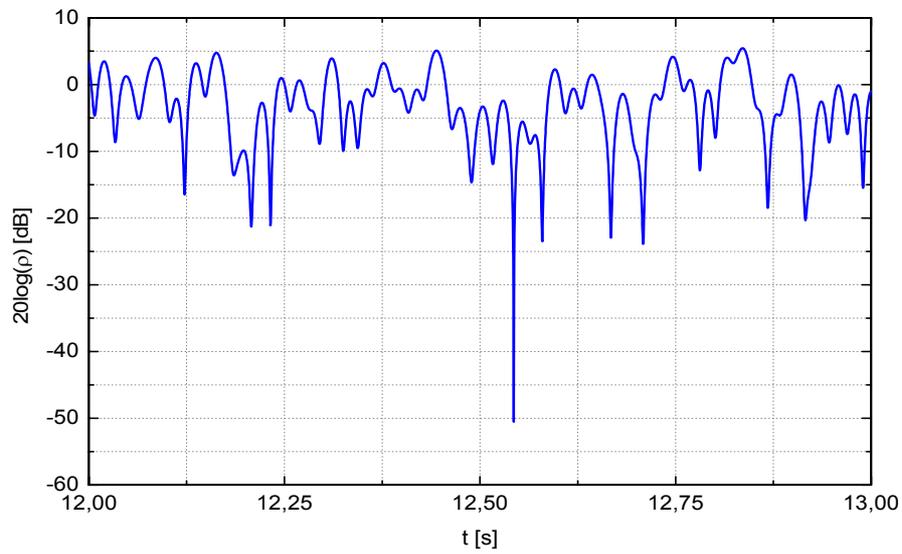


Figura 3.3: Desvanecimento Rayleigh para $f = 900$ MHz e $v = 30$ km/h.

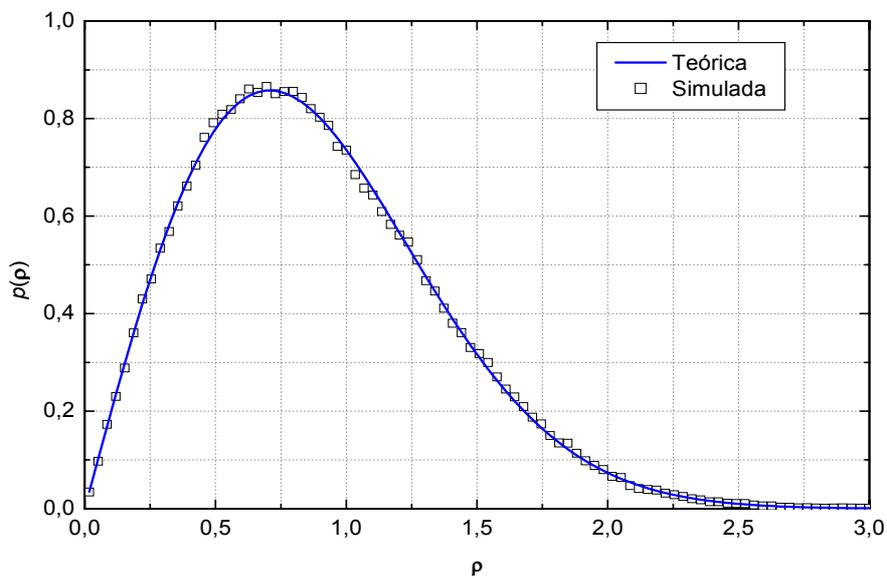


Figura 3.4: Distribuição de Rayleigh.

3.3 Geração de um sinal Rice

Por definição, um sinal modelado pela distribuição de Rice é obtido a partir de dois sinais Gaussianos com média diferente de zero. Supondo dois sinais Gaussianos x e y de média nula e variância σ^2 , a envoltória de um sinal Rice r é dada por

$$r = \sqrt{(x + p)^2 + (y + q)^2}, \quad (3.3)$$

onde p e q são os valores médios das componentes em fase e quadratura do sinal resultante de múltiplos percursos.

O gerador de sinais Rice é construído a partir do gerador de sinais Rayleigh apresentado na Seção 3.2. A diferença consiste no fato das componentes Gaussianas em fase e quadratura utilizadas para gerar o sinal Rice possuírem valores médios diferentes de zero. Assim, no procedimento adotado para gerar um sinal Rayleigh, basta adicionar às componentes em fase e em quadratura os valores médios p e q , respectivamente, após a operação de *IFFT*.

A constante de Rice K é definida como a razão entre a potência da componente dominante do sinal e a potência das componentes espalhadas.

$$K = \frac{(p^2 + q^2)}{2\sigma^2}. \quad (3.4)$$

A Figura 3.5 mostra o efeito do desvanecimento Rice para um sinal se propagando com uma frequência de 900 MHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a uma velocidade de 30 km/h, para dois valores de K . A Figura 3.6 mostra fdp's dos sinais simulados e a curva teórica para os mesmos valores de K . Foram gerados para cada curva cerca de 250 mil pontos.

Quanto maior o valor de K , menor é o efeito do desvanecimento, visto que sua componente direta se destaca em relação às componentes espalhadas. Assim, para valores maiores de K , o desvanecimento se torna menos severo.

3.4 Geração de um sinal $\kappa - \mu$

Pela definição apresentada na equação (2.1), uma envoltória r modelada pela distribuição $\kappa - \mu$ é obtida a partir de suas componentes em fase e em quadratura e é dada por

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (x_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i + q_i)^2. \quad (3.5)$$

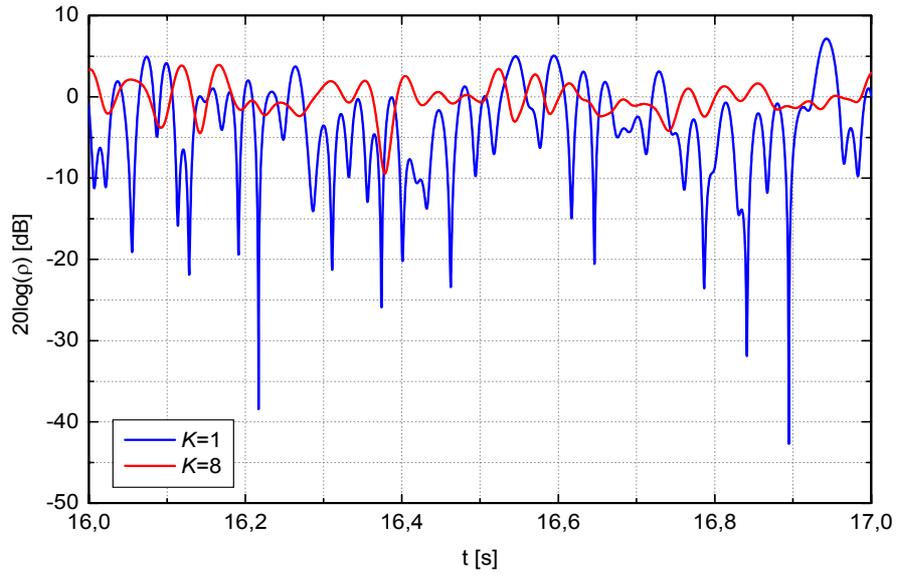


Figura 3.5: Desvanecimento Rice para $f = 900$ MHz e $v = 30$ km/h.

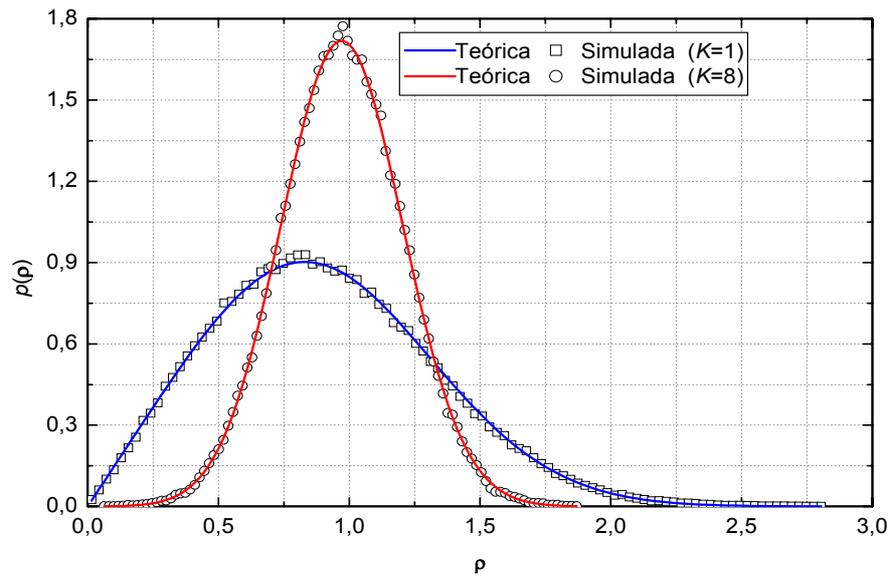


Figura 3.6: Distribuição de Rice.

Considerando a existência de apenas um *cluster*, a envoltória r será modelada pela distribuição de Rice. Para um cluster i tem-se

$$r_i^2 = (x_i + p_i)^2 + (y_i + q_i)^2. \quad (3.6)$$

Assim, um sinal $\kappa - \mu$ é definido como a somatória de vários *clusters*, onde a envoltória

de cada *cluster* segue uma distribuição de Rice.

$$r^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2. \quad (3.7)$$

A Figura 3.7 mostra o gerador de sinais $\kappa - \mu$, construído a partir da combinação de vários geradores de Rice, apresentados na Seção 3.3. O parâmetro μ da distribuição $\kappa - \mu$ representa o número de clusters que compõem o sinal, e apesar deste valor ser real, o gerador de sinais $\kappa - \mu$ pôde ser construído apenas para valores de μ múltiplos de $1/2$.

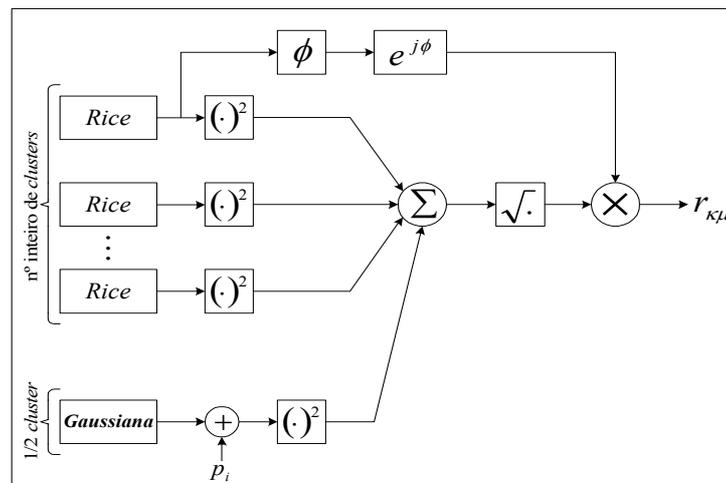


Figura 3.7: Implementação de um gerador de sinais $\kappa - \mu$.

A Figura 3.8 mostra o efeito do desvanecimento $\kappa - \mu$ para um sinal se propagando com uma frequência de 1,8 GHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a uma velocidade de 60 km/h, para $\mu = 2, 5$ e dois valores de κ . A Figura 3.9 mostra fdp's dos sinais simulados e teóricos para os mesmos valores de κ . Foram gerados para cada curva cerca de 250 mil pontos.

A Figura 3.10 mostra o efeito do desvanecimento $\kappa - \mu$ para um sinal se propagando com uma frequência de 1,8 GHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a uma velocidade de 60 km/h, para $\kappa = 2$ e dois valores de μ . A Figura 3.11 mostra fdp's dos sinais simulados e teóricos para os mesmos valores de μ . Foram gerados para cada curva cerca de 250 mil pontos.

Quanto maior for o valor de κ , menos severo é o desvanecimento, fato semelhante ao ocorrido para a envoltória de um sinal Rice. Analogamente, quanto maior o valor de μ , menos severo é o desvanecimento, visto que mais *clusters* são recebidos pela estação móvel.

A Figura 3.12 mostra a envoltória de um sinal $\kappa - \mu$ se propagando com uma frequência de 900 MHz, para $\kappa = 2$, $\mu = 2, 5$ e dois valores de velocidade. Neste caso, também foram gerados

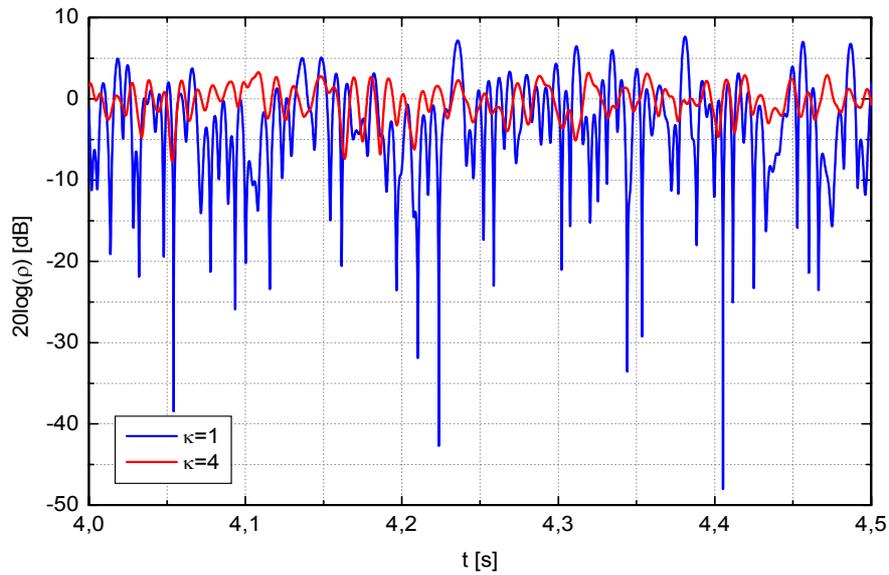


Figura 3.8: Desvanecimento $\kappa - \mu$ para $f = 1.8$ GHz, $v = 60$ km/h e $\mu = 2,5$.

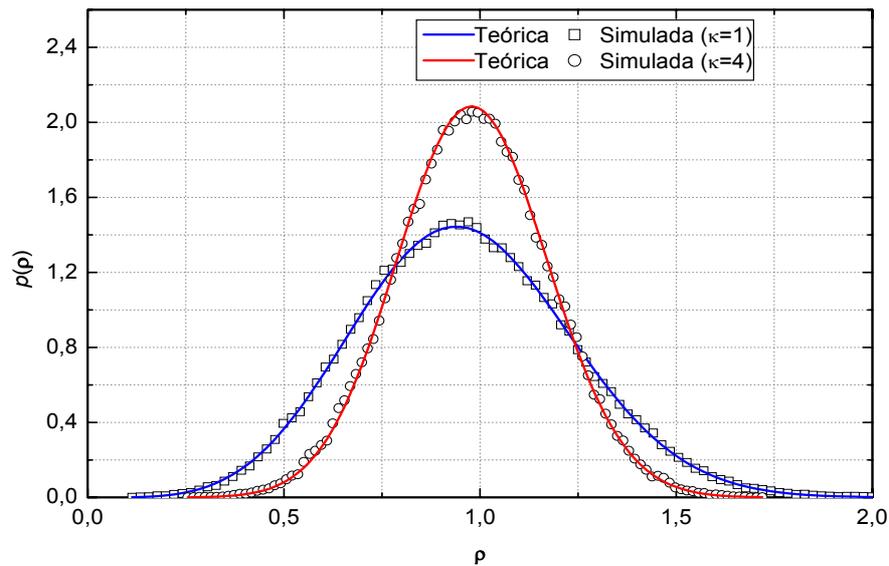


Figura 3.9: Distribuição $\kappa - \mu$ para $\mu = 2,5$.

250 mil pontos para cada curva. Pode-se notar a influência da velocidade de deslocamento da estação móvel na envoltória do sinal recebido. Quanto maior esta velocidade, maior é o deslocamento Doppler e mais severo é o desvanecimento sofrido pelo sinal.

Um gerador de sinais $\kappa - \mu$ pode ser utilizado para simular os efeitos do desvanecimento para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m , através do ajuste dos parâmetros κ e μ . Fazendo $\mu = 1$ o gerador $\kappa - \mu$ irá gerar apenas um *cluster* do sinal, resultando em um

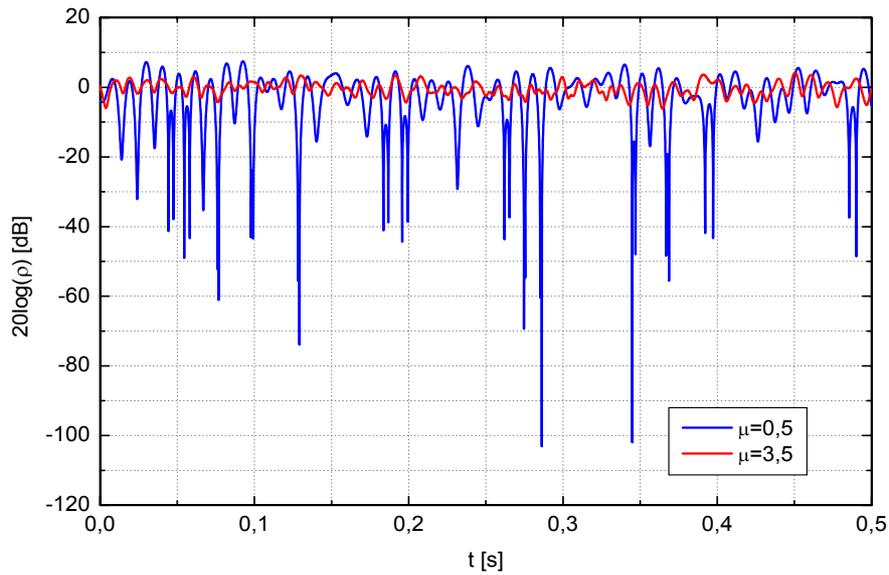


Figura 3.10: Desvanecimento $\kappa - \mu$ para $f = 1,8$ GHz, $v = 60$ km/h e $\kappa = 2$.

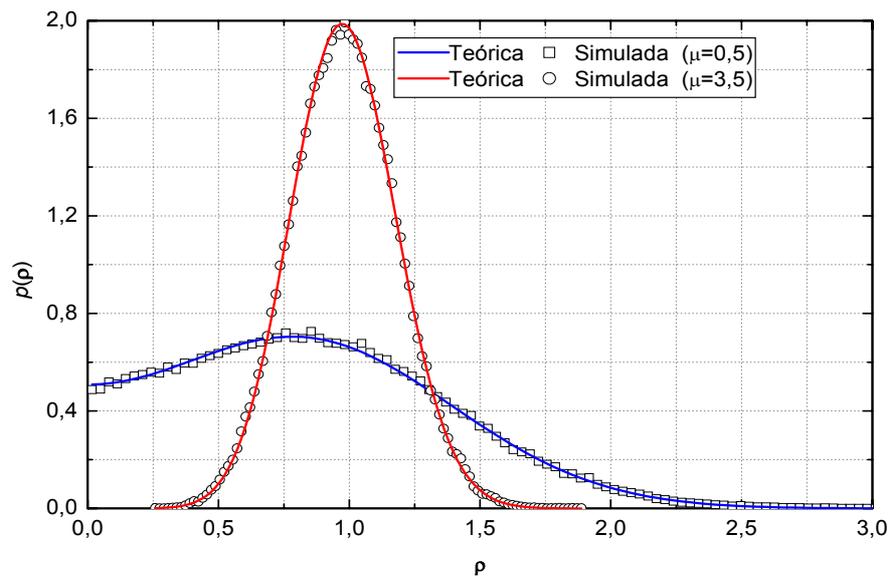


Figura 3.11: Distribuição $\kappa - \mu$ para $\kappa = 2$.

gerador de sinais Rice. Fazendo $\mu = 1$ e $\kappa = 0$ o gerador $\kappa - \mu$ irá gerar apenas um *cluster* do sinal, onde não existe uma componente dominante, resultando em um gerador de sinais Rayleigh. Fazendo $\kappa = 0$, o gerador $\kappa - \mu$ irá gerar *clusters* do sinal, onde dentro de cada *cluster* gerado não existe uma componente dominante, resultando em um gerador de sinais Nakagami- m . O gerador de sinais Nakagami- m é abordado na Seção 3.5, a seguir.

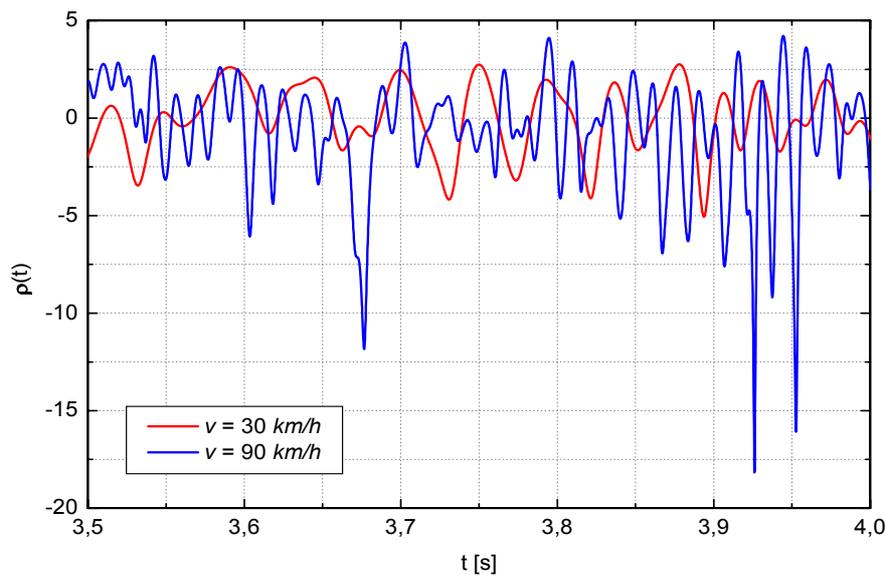


Figura 3.12: Desvanecimento $\kappa - \mu$ para $f = 900$ MHz, $\kappa = 2$ e $\mu = 2, 5$.

3.5 Geração de um sinal Nakagami- m

Um gerador de sinais modelados pela distribuição de Nakagami- m é obtido a partir do gerador de sinais $\kappa - \mu$ fazendo $\kappa = 0$. Neste caso, o parâmetro μ (número de *clusters*) coincide com o parâmetro m de Nakagami.

A Figura 3.13 mostra o efeito do desvanecimento de Nakagami- m para um sinal se propagando com uma frequência de 900 MHz sendo recebido por uma estação móvel que se desloca a uma velocidade de 30 km/h, para dois valores de m e 250 mil pontos gerados para cada curva. A Figura 3.14 mostra fdp's dos sinais simulados e teóricos para os mesmos valores de m . Quanto maior o valor de m , menos severo é o desvanecimento, uma vez que a estação móvel recebe mais *clusters*, fato semelhante ao ocorrido para a envoltória de um sinal $\kappa - \mu$.

3.6 Conclusão

Neste capítulo foi desenvolvido um gerador de sinais $\kappa - \mu$ levando em conta o efeito Doppler, utilizando os conceitos propostos por Smith em [15]. A elaboração deste gerador constitui uma contribuição original deste trabalho.

O gerador de sinais $\kappa - \mu$ é abrangente, uma vez que pode ser utilizado para gerar sinais Rayleigh, Rice e Nakagami- m , bastando para isto ajustar corretamente os parâmetros κ e μ . As estatísticas dos sinais simulados apresentaram grande concordância com as curvas teóricas das fdp's das distribuições citadas.

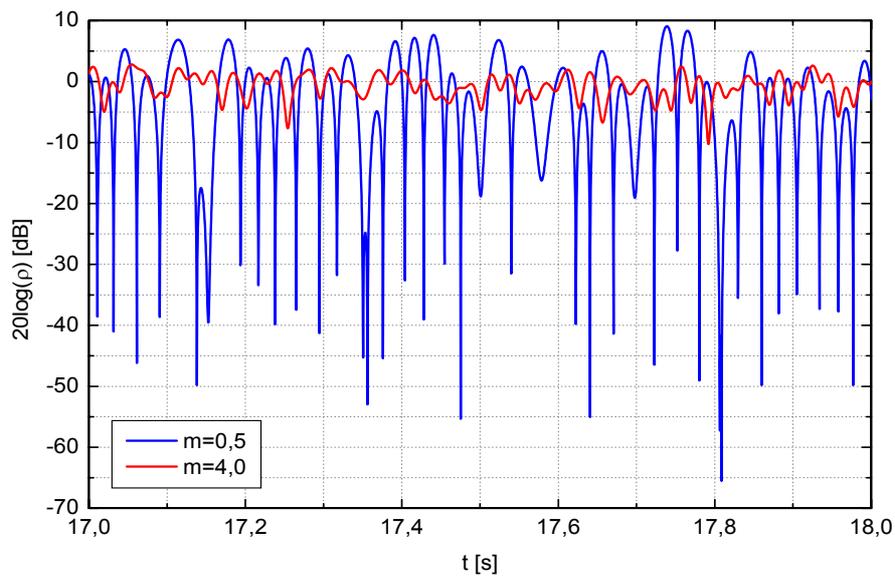


Figura 3.13: Desvanecimento Nakagami- m para $f = 900$ MHz e $v = 30$ km/h.

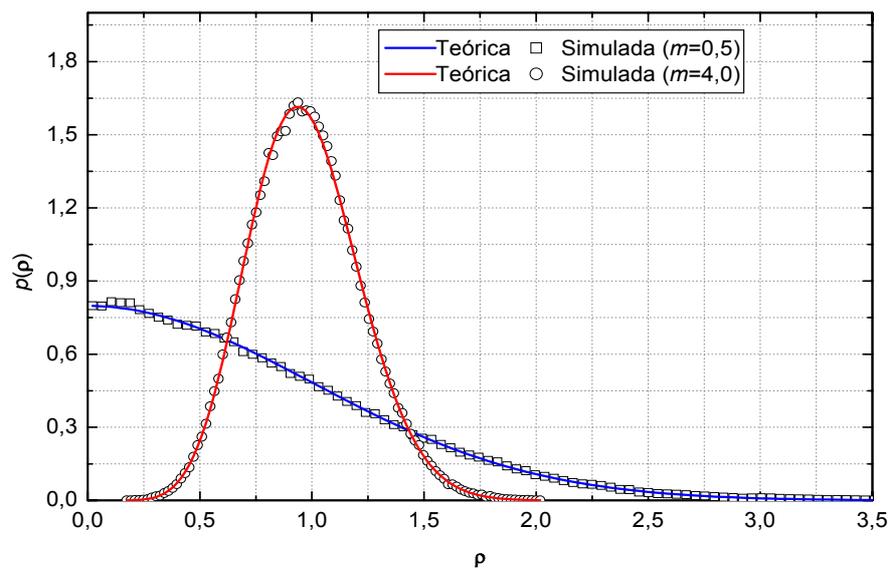


Figura 3.14: Distribuição de Nakagami- m .

Verificou-se a influência da velocidade de deslocamento da estação móvel na envoltória do sinal recebido. Verificou-se também a influência dos parâmetros κ e μ da distribuição $\kappa - \mu$ no sinal sob o efeito do desvanecimento. Quanto maiores forem os valores de κ e μ , menos severo será o desvanecimento. O gerador de sinais $\kappa - \mu$ construído neste capítulo será utilizado nos Capítulos 5 e 6, na geração das curvas práticas de taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento, respectivamente.

Capítulo 4

Distribuições da Derivada da Envoltória

4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas as distribuições da derivada da envoltória do sinal para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m , desenvolvidas em [16]. A partir desses conceitos, será obtida a distribuição da derivada da envoltória para o ambiente $\kappa - \mu$, constituindo uma contribuição original deste trabalho.

A distribuição da derivada da envoltória será necessária nos Capítulos 5 e 6 para o cálculo da taxa de cruzamento de nível (LCR) e tempo médio de desvanecimento do sinal. Inicialmente, será calculada a função densidade de probabilidade conjunta $p(r, \dot{r})$ para cada distribuição, onde r representa a envoltória do sinal recebido e \dot{r} representa a sua derivada em função do tempo. A partir desta fdp conjunta é obtida a função densidade de probabilidade marginal $p(\dot{r})$, que corresponde à fdp da derivada da envoltória.

4.2 Ambiente Rayleigh

Como citado na Seção 4.1, será feito o cálculo da fdp conjunta de Rayleigh, $p(r, \dot{r})$. Para este cálculo, considera-se $s = a \exp(j\omega_0 t)$ como sendo o sinal transmitido. De acordo com [3] e [16], o sinal recebido em um ambiente de múltiplos percursos para um móvel em deslocamento é descrito por

$$s_r = \sum_{i=1}^n a_i \exp[j(\omega_0 t + \theta_i)] = \exp(j\omega_0 t) \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i), \quad (4.1)$$

onde

- $\theta_i = \omega_i t - \omega_0 T_i$,
- ω_0 é a frequência angular da portadora do sinal transmitido,
- $\omega_i = \beta v \cos(\phi_i) = 2\pi f_m \cos(\phi_i)$ é o desvio Doppler sofrido pelo sinal,
- β é o coeficiente de fase,
- v é a velocidade do receptor móvel,
- f_m é o desvio Doppler máximo e
- T_i é o atraso de tempo devido ao i -ésimo percurso.

Desta forma, pode-se dizer que

$$s_r = r \exp[j(\omega_0 t + \theta)], \quad (4.2)$$

onde

$$r \exp(j\theta) = \sum_{i=1}^n a_i \exp(j\theta_i). \quad (4.3)$$

Aplicando a identidade de Euler na equação (4.3), pode-se definir

$$X = \sum_{i=1}^n a_i \cos(\theta_i) = r \cos(\theta), \quad (4.4)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i \sin(\theta_i) = r \sin(\theta). \quad (4.5)$$

Assim, $r^2 = X^2 + Y^2$ representa a envoltória do sinal recebido e $\theta = \arctan(\frac{Y}{X})$ representa sua fase. Derivando as equações (4.4) e (4.5) em função do tempo, obtém-se, respectivamente,

$$\dot{X} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n -a_i \sin(\theta_i) \cos(\phi_i), \quad (4.6)$$

$$\dot{Y} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n a_i \cos(\theta_i) \cos(\phi_i). \quad (4.7)$$

Para valores grandes de n , as quatro variáveis aleatórias descritas pelas equações (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7) são Gaussianas. Deseja-se determinar a fdp conjunta $p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$. Uma fdp conjunta Gaussiana de dimensão n é dada por [3]

$$p(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2[\Lambda]} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n |\Lambda|_{jk} (Z_j - M_j)(Z_k - M_k)\right]}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} [\Lambda]^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.8)$$

onde Z_j , $j = 1, 2, \dots, n$ são as variáveis aleatórias de valores médios $M_j = E[Z_j]$ e $|\Lambda|_{jk}$ é o cofator do elemento λ_{jk} da Matriz de Covariâncias, cujos elementos λ_{jk} são as covariâncias, definidas como

$$\lambda_{jk} = \text{Cov}(Z_j, Z_k) = E[(Z_j - M_j)(Z_k - M_k)] = E[Z_j Z_k] - E[Z_j]E[Z_k]. \quad (4.9)$$

Para as variáveis aleatórias X, Y, \dot{X} e \dot{Y} , a Matriz de Covariâncias é dada por

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \text{Cov}(X, X) & \text{Cov}(X, Y) & \text{Cov}(X, \dot{X}) & \text{Cov}(X, \dot{Y}) \\ \text{Cov}(Y, X) & \text{Cov}(Y, Y) & \text{Cov}(Y, \dot{X}) & \text{Cov}(Y, \dot{Y}) \\ \text{Cov}(\dot{X}, X) & \text{Cov}(\dot{X}, Y) & \text{Cov}(\dot{X}, \dot{X}) & \text{Cov}(\dot{X}, \dot{Y}) \\ \text{Cov}(\dot{Y}, X) & \text{Cov}(\dot{Y}, Y) & \text{Cov}(\dot{Y}, \dot{X}) & \text{Cov}(\dot{Y}, \dot{Y}) \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

De acordo com [3], verifica-se que

$$E[X] = E[Y] = E[\dot{X}] = E[\dot{Y}] = 0, \quad (4.11)$$

$$E[XY] = E[X\dot{X}] = E[X\dot{Y}] = E[\dot{X}Y] = E[\dot{X}\dot{Y}] = E[Y\dot{Y}] = 0, \quad (4.12)$$

$$E[X^2] = E[Y^2] = \sigma^2, \quad (4.13)$$

$$E[\dot{X}^2] = E[\dot{Y}^2] = \dot{\sigma}^2 = (\sqrt{2}\pi f_m \sigma)^2, \quad (4.14)$$

onde σ^2 é a variância das variáveis aleatórias Gaussianas X e Y . É importante observar que $\dot{\sigma}$ não é a derivada de σ , mas a notação para o desvio padrão de \dot{X} e \dot{Y} . Desta forma, a Matriz de Covariâncias é reduzida a

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{\sigma}^2 \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

cujo determinante é dado por $[\Lambda] = \sigma^4 \dot{\sigma}^4$. Assim, retomando à equação (4.8), obtém-se a função densidade de probabilidade conjunta $p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$, dada por

$$p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) = \frac{1}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}{\dot{\sigma}^2} \right)\right]. \quad (4.16)$$

Esta fdp pode ser escrita em função das va's r , \dot{r} , θ e $\dot{\theta}$, utilizando a seguinte transformação de variáveis

$$p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = |J|p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}). \quad (4.17)$$

Voltando às equações (4.4) e (4.5),

$$X = r \cos(\theta) \quad \text{e} \quad Y = r \sin(\theta), \quad (4.18)$$

$$\dot{X} = \dot{r} \cos(\theta) - r\dot{\theta} \sin(\theta) \quad \text{e} \quad \dot{Y} = \dot{r} \sin(\theta) + r\dot{\theta} \cos(\theta). \quad (4.19)$$

O Jacobiano desta transformação é

$$|J| = \begin{vmatrix} \delta X / \delta r & \delta X / \delta \theta & \delta X / \delta \dot{r} & \delta X / \delta \dot{\theta} \\ \delta Y / \delta r & \delta Y / \delta \theta & \delta Y / \delta \dot{r} & \delta Y / \delta \dot{\theta} \\ \delta \dot{X} / \delta r & \delta \dot{X} / \delta \theta & \delta \dot{X} / \delta \dot{r} & \delta \dot{X} / \delta \dot{\theta} \\ \delta \dot{Y} / \delta r & \delta \dot{Y} / \delta \theta & \delta \dot{Y} / \delta \dot{r} & \delta \dot{Y} / \delta \dot{\theta} \end{vmatrix} \quad (4.20)$$

$$|J| = \begin{vmatrix} \cos(\theta) & -r \sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & r \cos(\theta) & 0 & 0 \\ -\dot{\theta} \sin(\theta) & -\dot{r} \sin(\theta) - r\dot{\theta} \cos(\theta) & \cos(\theta) & -r \sin(\theta) \\ \dot{\theta} \cos(\theta) & \dot{r} \cos(\theta) - r\dot{\theta} \sin(\theta) & \sin(\theta) & r \cos(\theta) \end{vmatrix} = r^2 \quad (4.21)$$

Desta forma, a distribuição conjunta é dada por

$$p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = \frac{r^2}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{\dot{\sigma}^2} \right) \right]. \quad (4.22)$$

Finalmente, a função $p(r, \dot{r})$ pode ser obtida integrando a equação (4.22) para $\theta = 0 \rightarrow 2\pi$ e $\dot{\theta} = -\infty \rightarrow +\infty$, utilizando o conceito de fdp marginal [9]. Assim,

$$p(r, \dot{r}) = \frac{r^2}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{\dot{\sigma}^2} \right) \right] d\dot{\theta} d\theta, \quad (4.23)$$

$$p(r, \dot{r}) = \frac{r}{\sqrt{2\pi} \sigma^2 \dot{\sigma}} \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2} \right). \quad (4.24)$$

Verifica-se que as va's r e \dot{r} são independentes, pois

$$p(r, \dot{r}) = \left[\frac{r}{\sigma^2} \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} \right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp \left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2} \right) \right] = p(r)p(\dot{r}). \quad (4.25)$$

Logo a distribuição $p(\dot{r})$ é dada por

$$p(\dot{r}) = \int_0^{\infty} p(r, \dot{r}) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp \left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2} \right). \quad (4.26)$$

Para uma envoltória Rayleigh, $\hat{r} = \sqrt{2}\sigma$ [3]. Logo, $\dot{\sigma} = \pi f_m \hat{r}$. Substituindo este resultado na equação (4.26), encontra-se

$$p(\dot{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \pi f_m \hat{r}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\pi^2 f_m^2 \hat{r}^2}\right), \quad (4.27)$$

onde \hat{r} é o valor rms da envoltória de r .

4.3 Ambiente Rice

Será feito agora o cálculo da fdp conjunta $p(r, \dot{r})$ para uma envoltória r seguindo a distribuição de Rice [16]. Considerando $s = a \exp(j\omega_0 t)$ como sendo o sinal transmitido, o sinal recebido neste ambiente por uma estação móvel é dado por (4.1). Supondo a predominância de uma componente em fase p e outra em quadratura q , a equação (4.3) é modificada para

$$r \exp(j\theta) = \left(p + \sum_{i=1}^n a_i \cos(\theta_i) \right) + j \left(q + \sum_{i=1}^n a_i \sin(\theta_i) \right), \quad (4.28)$$

$$r \exp(j\theta) = (p + X) + j(q + Y), \quad (4.29)$$

onde X e Y são va's Gaussianas dadas por

$$X = \sum_{i=1}^n a_i \cos(\theta_i) = r \cos(\theta) - p, \quad (4.30)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n a_i \sin(\theta_i) = r \sin(\theta) - q. \quad (4.31)$$

Como apresentado na Seção 4.2, $\theta_i = \omega_i t - \omega_0 T_i$, $\omega_i = 2\pi f_m \cos(\phi_i)$ que corresponde ao efeito Doppler, T_i é o atraso de tempo sofrido pelo sinal no i -ésimo percurso e f_m é o desvio Doppler máximo.

Derivando as va's X e Y em função do tempo, o mesmo resultado expresso pelas equações (4.6) e (4.7) é encontrado.

$$\dot{X} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n -a_i \sin(\theta_i) \cos(\phi_i), \quad (4.32)$$

$$\dot{Y} = 2\pi f_m \sum_{i=1}^n a_i \cos(\theta_i) \cos(\phi_i), \quad (4.33)$$

onde \dot{X} e \dot{Y} também constituem va's Gaussianas. O processo utilizado na obtenção da fdp conjunta $p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$ é o mesmo descrito no item 4.2. Assim,

$$p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) = \frac{1}{4\pi^2\sigma^2\dot{\sigma}^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X^2 + Y^2}{\sigma^2} + \frac{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}{\dot{\sigma}^2} \right) \right], \quad (4.34)$$

onde $\dot{\sigma} = \sqrt{2} \pi f_m \sigma$.

Através de uma transformação de va's, a fdp conjunta $p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta})$ é calculada da forma

$$p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = |J| p(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}). \quad (4.35)$$

Das equações (4.30) e (4.31),

$$X = r \cos(\theta) - p \quad \text{e} \quad Y = r \sin(\theta) - q, \quad (4.36)$$

$$\dot{X} = \dot{r} \cos(\theta) - r\dot{\theta} \sin(\theta) \quad \text{e} \quad \dot{Y} = \dot{r} \sin(\theta) - r\dot{\theta} \cos(\theta). \quad (4.37)$$

O Jacobiano da transformação é o mesmo obtido para o ambiente Rayleigh, ou seja,

$$|J| = r^2. \quad (4.38)$$

Fazendo

$$X^2 + Y^2 = (r \cos(\theta) - p)^2 + (r \sin(\theta) - q)^2 = r^2 + p^2 + q^2 - 2r(p \cos(\theta) + q \sin(\theta)). \quad (4.39)$$

Definindo $p = c \cos(\phi)$, $q = c \sin(\phi)$ e $p^2 + q^2 = c^2$, tem-se

$$X^2 + Y^2 = r^2 + c^2 - 2rc \cos(\theta - \phi). \quad (4.40)$$

Utilizando as equações apresentadas em (4.37), chega-se ao resultado

$$\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2. \quad (4.41)$$

Assim, a fdp conjunta $p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta})$ é dada por

$$p(r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}) = \frac{r^2}{4\pi^2\sigma^2\dot{\sigma}^2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r^2 + c^2 - 2rc \cos(\theta - \phi)}{\sigma^2} + \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{\dot{\sigma}^2} \right) \right]. \quad (4.42)$$

Finalmente, a função $p(r, \dot{r})$ pode ser obtida utilizando o conceito de fdp marginal [9], integrando a equação (4.42) para $\theta = 0 \rightarrow 2\pi$ e $\dot{\theta} = -\infty \rightarrow +\infty$. Assim,

$$p(r, \dot{r}) = \frac{r^2}{4\pi^2 \sigma^2 \dot{\sigma}^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{rc \cos(\theta - \phi)}{\sigma^2}\right) d\theta \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) d\dot{\theta}. \quad (4.43)$$

A primeira integral pode ser resolvida utilizando a relação encontrada em [17]

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{rc \cos(\theta - \phi)}{\sigma^2}\right) d\theta = I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right), \quad (4.44)$$

onde $I_0(\cdot)$ é a função de Bessel modificada de ordem 0. A segunda integral traz como resultado [18]

$$\frac{1}{\dot{\sigma} \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) d\dot{\theta} = \frac{1}{r} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (4.45)$$

Finalmente, a equação (4.43) se reduz a

$$p(r, \dot{r}) = \frac{r}{\sqrt{2\pi} \sigma^2 \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right). \quad (4.46)$$

As va's r e \dot{r} são independentes, pois

$$p(r, \dot{r}) = \left[\frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \right] = p(r)p(\dot{r}). \quad (4.47)$$

Logo a fdp $p(\dot{r})$ da derivada de uma envoltória Rice r é dada por

$$p(\dot{r}) = \int_0^{\infty} p(r, \dot{r}) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right), \quad (4.48)$$

que corresponde ao mesmo resultado encontrado na equação (4.26) para o ambiente Rayleigh.

4.4 Ambiente $\kappa - \mu$

De acordo com a definição dada em (2.1) um sinal $\kappa - \mu$ pode ser entendido como sendo a somatória de várias envoltórias Rice. Assim, a envoltória r da distribuição $\kappa - \mu$ é dada por

$$r^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2, \quad (4.49)$$

onde cada componente r_i , $i = 1, 2, \dots, n$, corresponde à envoltória de um sinal Rice. Calculando a derivada \dot{r} da envoltória r da equação (4.49) chega-se ao resultado

$$\dot{r} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \dot{r}_i}{r}. \quad (4.50)$$

Como mostrado na Seção 4.3, a derivada \dot{r}_i de cada envoltória Rice r_i segue uma distribuição Gaussiana de média nula e variância $\dot{\sigma}_i^2 = (\sqrt{2}\pi f_m \sigma_i)^2$, onde σ_i^2 é a variância das componentes Gaussianas utilizadas para gerar cada envoltória Rice r_i que compõe a envoltória $\kappa - \mu$ e f_m corresponde ao desvio Doppler máximo sofrido pelo sinal.

Observando a forma linear da equação (4.50) e uma vez que cada componente \dot{r}_i possui média nula, conclui-se que a derivada resultante \dot{r} de uma envoltória $\kappa - \mu$ segue uma distribuição Gaussiana de média nula e variância $\dot{\sigma}^2$ dada por

$$\dot{\sigma}^2 = E[\dot{r}^2] - \{E[\dot{r}]\}^2 \quad (4.51)$$

$$\dot{\sigma}^2 = E[\dot{r}^2] = \frac{\sum_{i=1}^n E[r_i^2]E[\dot{r}_i^2]}{E[r^2]} = \frac{2\pi^2}{E[r^2]} \sum_{i=1}^n E[r_i^2]f_m^2\sigma_i^2. \quad (4.52)$$

De acordo com (2.9) [7], para a distribuição $\kappa - \mu$ tem-se

$$E[r^2] = 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2). \quad (4.53)$$

Fazendo $c_i = p_i^2 + q_i^2$, $i = 1, 2, \dots, n$, a equação (4.53) pode ser escrita da forma

$$E[r^2] = 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n c_i. \quad (4.54)$$

Supondo que p_i e q_i , $i = 1, 2, \dots, n$, apresentam valores iguais, tem-se $c_i = c$, $i = 1, 2, \dots, n$. Assim, a equação (4.53) pode ser simplificada, da forma

$$E[r^2] = 2n\sigma^2 + nc^2. \quad (4.55)$$

O objetivo agora é calcular $E[r_i^2]$ para as componentes Rice r_i . De acordo com [19], um sinal Rice é formado por

$$r_i = \sqrt{\sum_{j=1}^z X_j^2}, \quad (4.56)$$

onde X_j são va's Gaussianas de médias $E[X_j]$. O valor médio quadrático de uma envoltória Rice r_i é definido por

$$E[r_i^2] = 2\sigma_i^2 \exp\left(-\frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}(z+2)\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}z\right)} {}_1F_1\left(\frac{z+2}{2}, \frac{z}{2}; \frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (4.57)$$

onde

- σ_i^2 é a variância das componentes Gaussianas usadas para gerar uma envoltória Rice r_i ,
- $c_i^2 = p_i^2 + q_i^2$, p_i e q_i são os valores médios das componentes Gaussianas utilizadas para gerar uma envoltória Rice r_i ,
- $z = 2$, ou seja, a envoltória Rice r_i é gerada a partir de duas componentes Gaussianas, e
- ${}_1F_1(\alpha, \beta; x)$ é a função hipergeométrica confluyente dada por

$${}_1F_1(\alpha, \beta; x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha+k)\Gamma(\beta)x^k}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta+k)k!}, \quad \beta \neq 0, -1, -2, \dots \quad (4.58)$$

Deve-se, então, calcular

$${}_1F_1(2, 1; x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(2+k)\Gamma(1)x^k}{\Gamma(2)\Gamma(1+k)k!}, \quad (4.59)$$

onde

$$x = \frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}. \quad (4.60)$$

Simplificando a expressão (4.59), obtém-se

$${}_1F_1(2, 1; x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+1)}{k!} x^k, \quad (4.61)$$

Esta somatória pode ser expandida da forma

$${}_1F_1(2, 1; x) = 1 + 2x + \frac{3}{2!}x^2 + \frac{4}{3!}x^3 + \frac{5}{4!}x^4 + \dots \quad (4.62)$$

$${}_1F_1(2, 1; x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + x + \frac{2x^2}{2!} + \frac{3x^3}{3!} + \frac{4x^4}{4!} + \cdots \quad (4.63)$$

$${}_1F_1(2, 1; x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + x \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \right). \quad (4.64)$$

De acordo com [18], uma função exponencial pode ser expandida em uma série de potências, da forma

$$\exp(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \quad (4.65)$$

Assim, substituindo a equação (4.65) em (4.64), resulta

$${}_1F_1(2, 1; x) = \exp(x) + x \exp(x) = (1 + x) \exp(x), \quad (4.66)$$

$${}_1F_1\left(2, 1; \frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right) = \left(1 + \frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \exp\left(\frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right). \quad (4.67)$$

Substituindo o resultado da equação (4.67) na equação (4.57) para $z = 2$, encontra-se

$$E[r_i^2] = 2\sigma_i^2 \exp\left(-\frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \exp\left(\frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right) \left(1 + \frac{c_i^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (4.68)$$

$$E[r_i^2] = 2\sigma_i^2 + c_i^2. \quad (4.69)$$

Finalmente, substituindo as equações (4.69) e (4.55) na equação (4.52), obtém-se

$$\dot{\sigma}^2 = \frac{2\pi^2}{2n\sigma^2 + nc^2} \sum_{i=1}^n (2\sigma_i^2 + c_i^2) f_m^2 \sigma_i^2. \quad (4.70)$$

Mais uma vez, admitindo que os valores médios das componentes do i -ésimo cluster p_i e q_i , $i = 1, 2, \dots, n$, apresentam valores iguais, de forma que $c_i = c$, $i = 1, 2, \dots, n$, e que $\sigma_i = \sigma$, $i = 1, 2, \dots, n$. Assim, a equação (4.70) pode ser escrita da forma

$$\dot{\sigma}^2 = \frac{2\pi^2}{2n\sigma^2 + nc^2} n(2\sigma^2 + c^2) f_m^2 \sigma^2, \quad (4.71)$$

$$\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2, \quad (4.72)$$

que corresponde exatamente ao mesmo resultado encontrado para os ambientes Rayleigh e

Rice. Assim, a distribuição da derivada \dot{r} dada uma envoltória r para o ambiente $\kappa - \mu$ é descrita por

$$p(\dot{r}/r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\dot{\sigma}}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (4.73)$$

Lembrando que a fdp conjunta $p(r, \dot{r}) = p(\dot{r}/r)p(r)$ onde $p(r)$ é dada por (2.15).

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right] \right\}. \quad (4.74)$$

Assim,

$$p(r, \dot{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{r}\dot{\sigma}}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2 - \frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right] \right\}. \quad (4.75)$$

Verifica-se que r e \dot{r} são va's independentes, pois

$$p(r, \dot{r}) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right] \right\} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\dot{\sigma}}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) = p(r)p(\dot{r}). \quad (4.76)$$

A fdp da derivada de uma envoltória $\kappa - \mu$, $p(\dot{r})$, que é a mesma encontrada para os ambientes Rayleigh e Rice, é dada por

$$p(\dot{r}) = \int_0^\infty p(r, \dot{r}) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi\dot{\sigma}}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right), \quad (4.77)$$

onde $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$.

4.5 Ambiente Nakagami- m

Existem duas formas de encontrar a fdp da derivada da envoltória de um sinal Nakagami- m : através da definição de um sinal Nakagami- m [20] e através da fdp conjunta $p(r, \dot{r})$ da distribuição $\kappa - \mu$. Os dois casos serão abordados a seguir.

4.5.1 Obtenção através da definição de um sinal Nakagami- m [20]

Por definição, um sinal Nakagami- m é composto pela soma de vários sinais Rayleigh. Desta forma, para uma envoltória r modelada por uma fdp de Nakagami- m , tem-se

$$r^2 = \sum_{i=1}^m r_i^2, \quad (4.78)$$

onde cada componente r_i , $i = 1, 2, \dots, m$, corresponde a uma envoltória Rayleigh. A derivada \dot{r} da equação (4.78) é dada por

$$\dot{r} = \frac{\sum_{i=1}^m r_i \dot{r}_i}{r}. \quad (4.79)$$

Como apresentado no item 4.2, as derivadas \dot{r}_i das envoltórias individuais Rayleigh são Gaussianas de média nula e variância $\dot{\sigma}^2 = (\sqrt{2} \pi f_m \sigma_i)^2$, onde σ_i^2 é a variância das componentes Gaussianas utilizadas para gerar cada envoltória Rayleigh r_i que compõe a envoltória Nakagami- m e f_m corresponde ao desvio Doppler máximo.

Pela forma linear da equação (4.79) a envoltória resultante \dot{r} possui uma fdp Gaussiana de média nula e variância $\dot{\sigma}^2$ dada por

$$\dot{\sigma}^2 = E[\dot{r}^2] = \frac{\sum_{i=1}^m E[r_i^2] E[\dot{r}_i^2]}{E[r^2]} = \frac{2\pi^2}{E[r^2]} \sum_{i=1}^m E[r_i^2] f_m^2 \sigma_i^2. \quad (4.80)$$

De acordo com [3], o valor médio quadrático de uma envoltória Rayleigh é dado por $E[r_i^2] = 2\sigma_i^2$. Para a envoltória Nakagami- m , $\sigma_i = \sigma$, $i = 1, 2, \dots, m$. Logo [16]

$$E[r^2] = \sum_{i=1}^m E[r_i^2] = \sum_{i=1}^m 2\sigma_i^2 = 2m\sigma^2, \quad (4.81)$$

de onde se conclui que

$$\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2, \quad (4.82)$$

que corresponde ao mesmo resultado obtido para as distribuições Rayleigh, Rice e $\kappa - \mu$. Assim, a distribuição da derivada \dot{r} dada uma envoltória r para o ambiente Nakagami- m é descrita por

$$p(\dot{r}/r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\dot{\sigma}^2}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (4.83)$$

A fdp conjunta $p(r, \dot{r}) = p(\dot{r}/r)p(r)$ é obtida, onde

$$p(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \quad (4.84)$$

corresponde a fdp de uma envoltória Nakagami- m , tendo $\Omega = E[r^2]$. Assim,

$$p(r, \dot{r}) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\sqrt{2\pi} \Gamma(m)\Omega^m \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega} - \frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (4.85)$$

Novamente, r e \dot{r} são va's independentes pois

$$p(r, \dot{r}) = \left[\frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \right] = p(r)p(\dot{r}). \quad (4.86)$$

A fdp $p(\dot{r})$ é a mesma encontrada para os ambientes Rice, Rayleigh e $\kappa - \mu$ e é dada por

$$p(\dot{r}) = \int_0^\infty p(r, \dot{r}) dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (4.87)$$

4.5.2 Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

A distribuição de Nakagami- m constitui um dos casos particulares da distribuição $\kappa - \mu$. Para a sua obtenção, basta ajustar o parâmetro $\kappa = 0$. Desta forma, fazendo esta substituição na equação (4.76), deveríamos encontrar a fdp conjunta $p(r, \dot{r})$ para uma envoltória r modelada pela distribuição de Nakagami- m , o que não ocorre devido uma indeterminação (zero dividido por zero), vista na Seção 2.5. Utilizando a aproximação dada pela equação (2.25) na equação (4.76), tem-se

$$p(r, \dot{r}) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu^\mu (1 + \kappa)^{\frac{\mu}{2}}}{\exp(\mu\kappa)\Gamma(\mu)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left[-\mu(1 + \kappa) \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] \right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (4.88)$$

A fdp conjunta $p(r, \dot{r})$ é encontrada substituindo $\kappa = 0$ na equação (4.88), resultando

$$p(r, \dot{r}) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu^\mu}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left[-\mu \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] \right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) = p(r)p(\dot{r}). \quad (4.89)$$

Substituindo $\hat{r} = \sqrt{\Omega}$ na equação (4.89), a equação (4.86) é obtida, onde o parâmetro μ coincide com o parâmetro m de Nakagami. Assim, conclui-se mais uma vez que a fdp da derivada da envoltória de um sinal modelado pela distribuição de Nakagami- m é dada por

uma fdp Gaussiana de média nula e variância $\dot{\sigma}^2$, apresentada pela equação (4.87).

Partindo da equação (4.86), pode-se obter o mesmo resultado para as distribuições de Rayleigh e Rice, através do ajuste dos parâmetros κ e μ da distribuição $\kappa - \mu$.

4.6 Conclusão

Este capítulo apresentou as fdp's da derivada da envoltória do sinal com desvanecimento para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m . A contribuição original deste capítulo foi a obtenção da fdp da derivada da envoltória do sinal com desvanecimento para a distribuição $\kappa - \mu$.

Verificou-se que a fdp da derivada da envoltória do sinal é exatamente a mesma para qualquer um dos ambientes citados, seguindo uma distribuição Gaussiana de média nula e variância $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$. Este resultado será necessário nos Capítulos 5 e 6, onde serão calculados a taxa de cruzamento de nível e o tempo médio de desvanecimento para os mesmos ambientes.

Verificou-se, também, que r e \dot{r} são va's independentes para todos os casos e que a fdp da derivada da envoltória para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m pode ser obtida através da distribuição $\kappa - \mu$.

Capítulo 5

Taxa de Cruzamento de Nível

5.1 Introdução

Um sinal de rádio móvel ao se propagar estará sujeito aos efeitos do desvanecimento. Por isso, é importante determinar a frequência de ocorrência destes desvanecimentos, que é dada pela taxa de cruzamento de nível (*LCR - Level Crossing Rate*).

A taxa de cruzamento de nível ou limiar é definida como o número médio de vezes que a envoltória de um sinal com desvanecimento cruza um determinado nível, somente em um sentido, num certo período de tempo [3], [16].

Neste capítulo será desenvolvida a equação da taxa de cruzamento de nível para o ambiente $\kappa - \mu$, constituindo uma contribuição original. As equações para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m são obtidas usando a definição de taxa de cruzamento de nível e a partir da equação desenvolvida para a distribuição $\kappa - \mu$.

Será utilizado o gerador de sinal $\kappa - \mu$, detalhado no Capítulo 3, para simular as curvas das taxas de cruzamento de nível para os ambientes $\kappa - \mu$, Rice, Rayleigh e Nakagami- m .

5.2 Definição da taxa de cruzamento de nível

Como mostrado no Capítulo 4, \dot{r} representa a variação no tempo ($\dot{r} = dr/dt$) da envoltória recebida r . Deseja-se determinar a taxa R_c com que o sinal cruza um determinado nível R no sentido positivo, que é definida como o valor médio de \dot{r} para $r = R$, ou seja [20],

$$R_c = E[\dot{r}, r = R] = \int_0^{+\infty} \dot{r} p(\dot{r}, r = R) d\dot{r}, \quad (5.1)$$

onde $p(\dot{r}, r = R)$ é a distribuição conjunta de r e \dot{r} para $r = R$.

No Capítulo 4 foi visto que $p(r, \dot{r}) = p(r)p(\dot{r})$ para os ambientes Rayleigh, Rice, Nakagami- m e $\kappa - \mu$. Assim, a equação (5.1) se reduz a

$$R_c = p(r = R) \int_0^{+\infty} \dot{r} p(\dot{r}) d\dot{r}. \quad (5.2)$$

Lembrando que a fdp da derivada da envoltória, $p(\dot{r})$, segue uma distribuição Gaussiana de média nula e variância $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$ para todos os ambientes citados, da forma

$$p(\dot{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \dot{\sigma}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right). \quad (5.3)$$

Assim, substituindo a equação (5.3) na equação (5.2) e resolvendo a integral, chega-se a uma equação simples da taxa de cruzamento de nível R_c válida para todos os ambientes citados.

$$R_c = \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}} p(r = R). \quad (5.4)$$

5.3 Ambiente $\kappa - \mu$

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente $\kappa - \mu$ é calculada pela equação (5.4) onde $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$ e $p(r = R)$ é a fdp $\kappa - \mu$ dada por

$$p(r = R) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa) \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)\right] \right\}. \quad (5.5)$$

Desta forma, a taxa de cruzamento de nível para o caso $\kappa - \mu$ é dada por

$$R_c = \frac{\sqrt{\pi} f_m \sigma}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa) \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)\right] \right\}. \quad (5.6)$$

Para um sinal $\kappa - \mu$ o valor *rms* da envoltória \hat{r} é dado pela equação (2.9), tem-se

$$\hat{r} = \sqrt{E[r^2]} = \sqrt{2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)} \quad (5.7)$$

e de acordo com (2.13) tem-se

$$\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) = 2n\sigma^2\kappa. \quad (5.8)$$

Assim, o valor *rms* de uma envoltória $\kappa - \mu$ pode ser escrito da forma

$$\hat{r} = \sigma\sqrt{2n(1+k)}. \quad (5.9)$$

Sabendo que μ é a extensão real de n , tem-se

$$\hat{r} = \sigma\sqrt{2\mu(1+k)}. \quad (5.10)$$

Finalmente, a equação (5.6) pode ser reescrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor *rms* da envoltória \hat{r} , da forma

$$\begin{aligned} R_c &= \frac{\sqrt{\pi} f_m\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^\mu}{\sqrt{2\mu(1+\kappa)}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)\right] \right\} \\ &= \sqrt{\pi} f_m \left\{ \frac{\sqrt{2\mu}(1+\kappa)^{\frac{\mu}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)\right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.11)$$

A equação (5.11), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados nas figuras 5.1 e 5.2. A Figura 5.1 apresenta as curvas da taxa de cruzamento de nível para um valor fixo de κ e alguns valores de μ . Já a Figura 5.2 apresenta as curvas da taxa de cruzamento de nível para um valor fixo de μ e alguns valores de κ . Foram analisados cerca de 2 milhões de pontos para obter cada ponto das curvas práticas de taxa de cruzamento de nível.

Através da análise das curvas pode-se notar a influência do parâmetro μ na taxa de cruzamento de nível. Valores maiores de μ resultam em taxas de cruzamento mais baixas. Isto ocorre porque quanto maior for o valor de μ , mais *clusters* atingem a estação receptora, o que faz com que o desvanecimento sofrido pelo sinal se torne menos severo. Desta forma, quando eleva-se o valor de μ , diminui-se o valor da taxa de cruzamento de nível.

Mantendo o parâmetro μ fixo, observa-se que valores maiores de κ resultam em taxas de cruzamento mais baixas. Isto ocorre porque quanto maior for o valor de κ , mais as componentes dominantes irão se destacar em relação às componentes espalhadas do sinal recebido, o que faz com que o desvanecimento do sinal se torne menos severo. Desta forma, quando elevamos o valor de κ , o sinal possui poucas variações em torno da média, resultando em valores baixos para a taxa de cruzamento de nível.

Finalizando, quanto maiores forem os valores de κ e de μ , menos severo será o desvaneci-

mento sofrido pelo sinal e menor será a taxa de cruzamento de nível.

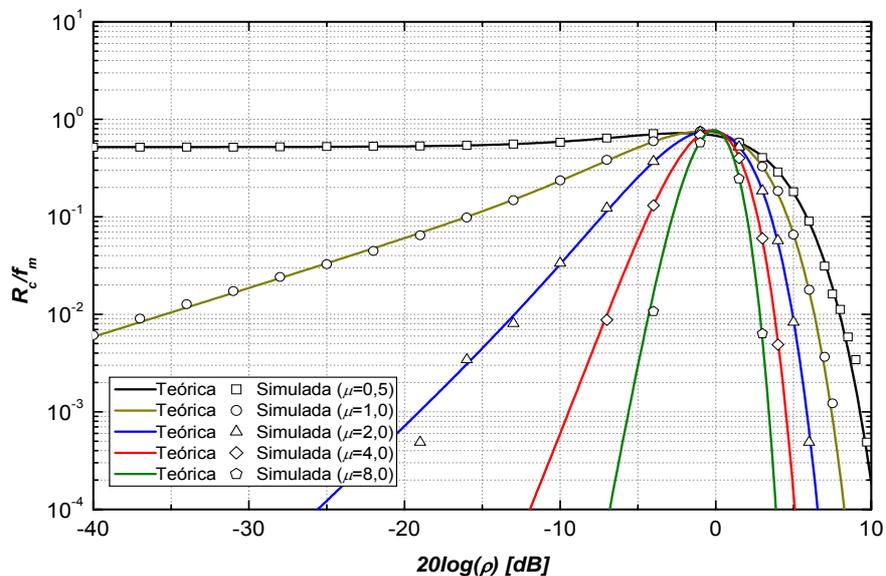


Figura 5.1: Taxa de cruzamento de nível - $\kappa - \mu$ para $\kappa = 2$.

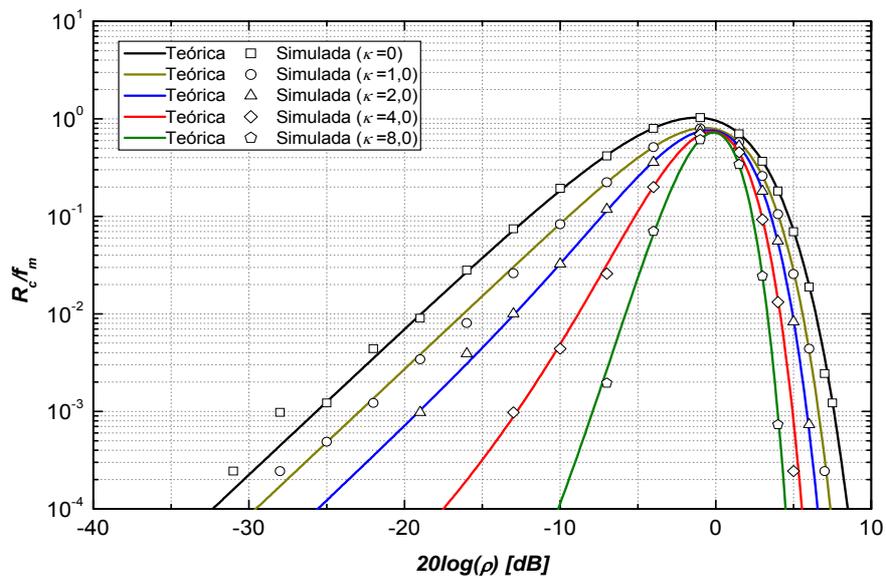


Figura 5.2: Taxa de cruzamento de nível - $\kappa - \mu$ para $\mu = 2$.

5.4 Obtenção da taxa de cruzamento de nível para as outras distribuições a partir da distribuição $\kappa - \mu$

5.4.1 Ambiente Rice

Obtenção através da definição [16]

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice é calculada pela equação (5.4) onde $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$ e $p(r = R)$ é a fdp de Rice dada por

$$p(r = R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right). \quad (5.12)$$

Desta forma, a taxa de cruzamento de nível para o caso Rice é dada por

$$R_c = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp\left(-\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right). \quad (5.13)$$

Sabendo que para um sinal Rice o valor *rms* da envoltória é obtida da equação (4.69), tem-se

$$\hat{r} = \sqrt{E[r^2]} = \sqrt{2(1+K)} \sigma, \quad (5.14)$$

onde $K = c^2/2\sigma^2$ é o fator de Rice. A equação (5.13) pode ser escrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor *rms* da envoltória \hat{r} , da forma

$$R_c = \sqrt{2\pi(1+K)} f_m \frac{R}{\hat{r}} \exp\left[-(1+K)\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2 - K\right] I_0\left(2\sqrt{K(1+K)} \frac{R}{\hat{r}}\right). \quad (5.15)$$

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

Tomando a equação (5.11) e ajustando o parâmetro $\mu = 1$, indica a existência de um *cluster* apenas. Assim, a equação da taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice é dada por

$$R_c = \sqrt{2\pi(1+\kappa)} f_m \frac{R}{\hat{r}} \exp\left[-(1+\kappa)\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2 - \kappa\right] I_0\left(2\sqrt{\kappa(1+\kappa)} \frac{R}{\hat{r}}\right). \quad (5.16)$$

Neste caso a constante κ coincide com a constante K da distribuição de Rice. A equação (5.16), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados na Figura 5.3. Foram

analisados cerca de 2 milhões de pontos para obter cada ponto das curvas práticas. Valores maiores de K resultam em taxas de cruzamento mais baixas, porque a componente da linha de visada direta irá se destacar em relação às componentes espalhadas do sinal recebido. Deste modo, o desvanecimento do sinal se torna menos severo.

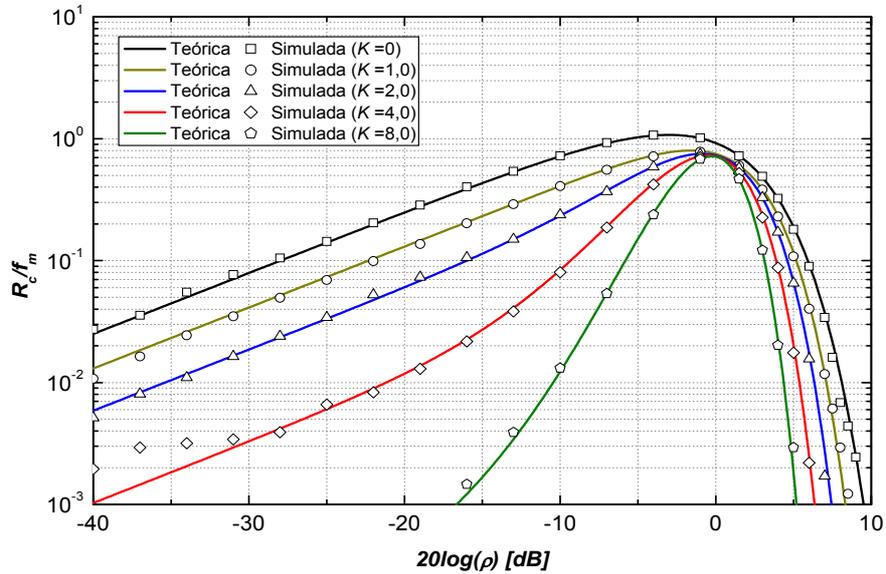


Figura 5.3: Taxa de cruzamento de nível - Rice.

5.4.2 Ambiente Rayleigh

Obtenção através da definição [3]

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh é calculada pela equação (5.4) onde $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$ e $p(r = R)$ é a fdp de Rayleigh dada por

$$p(r = R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5.17)$$

Desta forma, a taxa de cruzamento de nível para o caso Rayleigh é dada por

$$R_c = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp\left[-\left(\frac{R}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right]. \quad (5.18)$$

Sabendo que para um sinal Rayleigh o valor *rms* da envoltória é dada por $\hat{r} = \sqrt{2}\sigma$, a equação (5.18) pode ser escrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor *rms* da envoltória \hat{r} , da forma

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{R}{\hat{r}} \exp \left[- \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right]. \quad (5.19)$$

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh é obtida fazendo-se $\kappa = 0$ na equação (5.16). Dessa forma, dentro deste *cluster* não existe uma onda com potência predominante sobre as demais componentes, ou seja, $\mu = 1$ e $\kappa = 0$, resultando na equação

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{R}{\hat{r}} \exp \left[- \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right]. \quad (5.20)$$

A equação (5.20), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados na Figura 5.4, onde cada símbolo da curva prática foi obtido através da análise de cerca de 2 milhões de pontos.

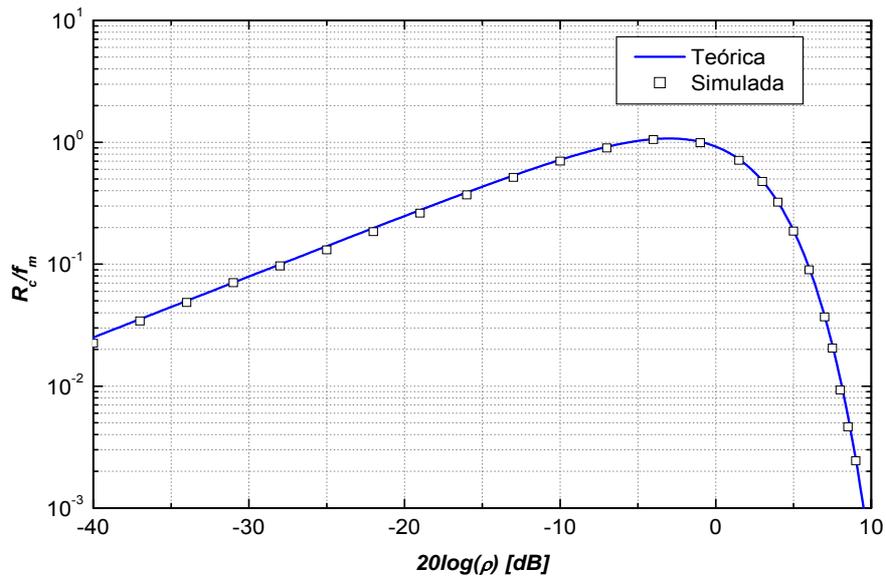


Figura 5.4: Taxa de cruzamento de nível - Rayleigh.

Pode-se observar na curva que o número máximo de cruzamentos no tempo ocorre no nível $3dB$ abaixo do nível *rms* do sinal.

5.4.3 Ambiente Nakagami- m

Obtenção através da definição [20]

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami- m é calculada pela equação (5.4) onde $\dot{\sigma}^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma^2$ e $p(r = R)$ é a fdp de Nakagami- m dada por

$$p(r = R) = \frac{2m^m R^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right), \quad (5.21)$$

onde m é o parâmetro de Nakagami e $\Omega = E[r^2]$. Desta forma, a taxa de cruzamento de nível para o caso Nakagami- m é dada por

$$R_c = \sqrt{\pi} f_m \sigma \frac{2m^m R^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right). \quad (5.22)$$

Sabendo que para um sinal Nakagami- m o valor médio quadrático da envoltória Ω é obtido da equação (4.81), tem-se

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Omega}{2m}} \quad (5.23)$$

e

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-\frac{1}{2}} R^{2m-1}}{\Omega^{m-\frac{1}{2}} \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right). \quad (5.24)$$

A equação (5.24) pode ser escrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal escolhido R e o valor *rms* da envoltória $\hat{r} = \sqrt{\Omega}$, da forma

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-\frac{1}{2}}}{\Gamma(m)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^{2m-1} \exp\left[-m \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right]. \quad (5.25)$$

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

A taxa de cruzamento de nível para o sinal Nakagami- m poderia ser obtida tomando-se a equação (5.11) e fazendo $\kappa = 0$, o que não ocorre, devido a uma indeterminação (zero dividido por zero). Porém, utilizando a aproximação (2.25) para valores pequenos do argumento da função de Bessel e fazendo algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$R_c = \frac{\sqrt{2\pi} f_m}{\Gamma(\mu)} \left\{ [\mu(1 + \kappa)]^{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \right\} \exp\left[-\mu(1 + \kappa) \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2 - \mu\kappa\right], \quad (5.26)$$

e fazendo $\kappa = 0$ obtém-se como resultado a equação (5.27), que é a taxa de cruzamento de nível para a distribuição de Nakagami- m . Neste caso, o parâmetro μ coincide com o parâmetro m de Nakagami.

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{\mu^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Gamma(\mu)} \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^{2\mu-1} \exp\left[-\mu \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right]. \quad (5.27)$$

A equação (5.27), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados na Figura 5.5. Foram analisados para obter cada símbolo das curvas práticas de taxa de cruzamento de nível em torno de 2 milhões de pontos.

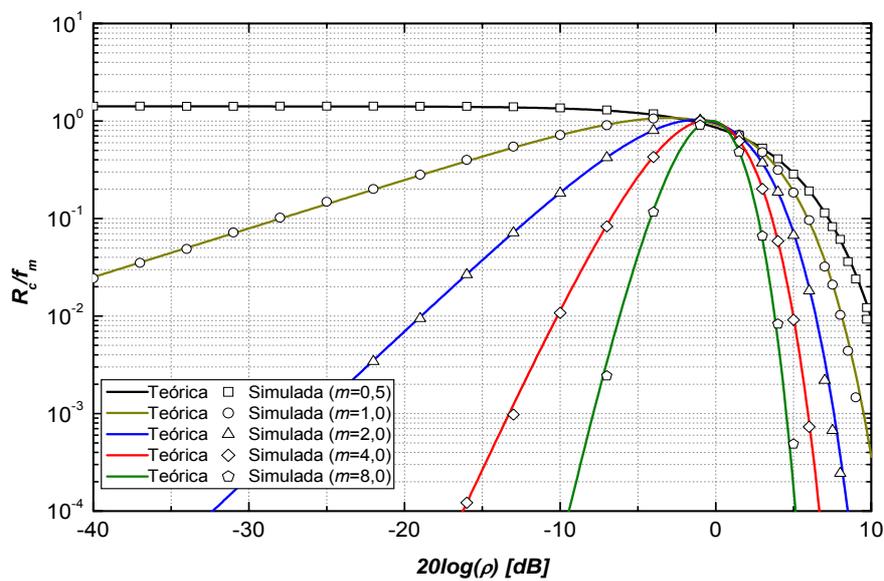


Figura 5.5: Taxa de cruzamento de nível - Nakagami- m .

Valores maiores de m resultam em taxas de cruzamento mais baixas. Um maior valor de m indica que um número maior de *clusters* faz parte do sinal recebido, resultando em um desvanecimento menos severo.

5.5 Conclusão

Foi desenvolvida, neste capítulo, a equação para o cálculo da taxa de cruzamento de nível para um sinal com desvanecimento modelado pela distribuição $\kappa-\mu$, constituindo uma contribuição original.

Mostrou-se que através da configuração dos parâmetros κ e μ , a equação desenvolvida resulta nas equações já estabelecidas para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m .

As curvas teóricas obtidas das equações possuem grande concordância com os valores práticos obtidos em simulações, comprovando o funcionamento correto do gerador $\kappa - \mu$.

Capítulo 6

Tempo Médio de Desvanecimento

6.1 Introdução

O tempo médio de desvanecimento de um sinal é definido como a relação entre o tempo total que o sinal apresenta níveis abaixo de um determinado nível e o número total de cruzamentos, num certo período de tempo [3].

Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento da equação do tempo médio de desvanecimento para o ambiente $\kappa - \mu$, constituindo uma contribuição original. As equações para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m são obtidas da equação desenvolvida para a distribuição $\kappa - \mu$ e através da definição do tempo médio de desvanecimento [3] e [16]. Serão comparadas as as curvas teóricas com as curvas obtidas em simulações, utilizando o gerador de sinal $\kappa - \mu$ visto no Capítulo 3.

6.2 Definição do tempo médio de desvanecimento

Dado um nível de sinal R , a duração média dos desvanecimentos sofridos pelo sinal (em segundos) é a razão entre tempo total que o sinal apresenta níveis abaixo deste nível R e o número total de desvanecimentos, ambos medidos em um intervalo de tempo T .

Seja τ o tempo médio de desvanecimento, τ_i a duração de cada desvanecimento e R_c a taxa de cruzamento de nível calculada no Capítulo 5. Então

$$\tau = \frac{\sum \tau_i}{R_c T}. \quad (6.1)$$

A razão $\sum \tau_i / T$ presente na equação (6.1) corresponde à probabilidade do sinal apresentar níveis abaixo do limiar R . Desta forma

$$\tau = \frac{1}{R_c} p(r \leq R) = \frac{1}{R_c} \int_0^R p(r) dr. \quad (6.2)$$

A integral da equação (6.2) corresponde à fdc de r .

6.3 Ambiente $\kappa - \mu$

A fdp para a distribuição $\kappa - \mu$ é dada por

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)\right] \right\}, \quad (6.3)$$

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente $\kappa - \mu$ foi calculada na Seção 5.3 e é dada pela equação (5.11), reescrita a seguir.

$$R_c = \frac{\sqrt{\pi} f_m \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^\mu}{\sqrt{2\mu(1+\kappa)}} \left\{ \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \exp\left[-\mu(1+\kappa)\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] I_{\mu-1}\left[2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)\right] \right\}, \quad (6.4)$$

Desta forma, o tempo médio de desvanecimento é obtido substituindo as equações (6.4) e (6.3) na equação (6.2), obtendo, após algumas manipulações algébricas,

$$\tau = \frac{\sqrt{2\mu(1+\kappa)} \exp\left[\mu(1+\kappa)\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right]}{\sqrt{\pi} f_m \left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^\mu I_{\mu-1}\left[2\mu\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\right]} \int_0^{\frac{R}{\hat{r}}} g^\mu \exp[-\mu g^2(1+\kappa)] I_{\mu-1}\left[2\mu g\sqrt{\kappa(1+\kappa)}\right] dg, \quad (6.5)$$

onde $g = r/\hat{r}$ é a variável de integração. A equação (6.5) está em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal adotado R e o valor rms do sinal \hat{r} .

A equação (6.5), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados nas figuras 6.1 e 6.2. A Figura 6.1 apresenta as curvas do tempo médio de desvanecimento para um valor fixo de κ e alguns valores de μ . Já a Figura 6.2 apresenta as curvas do tempo médio de desvanecimento para um valor fixo de μ e alguns valores de κ . Foram analisados em torno de 2 milhões de pontos simulados para obter cada símbolo das curvas práticas de tempo médio de desvanecimento.

Para um valor de κ fixo e aumentando o valor de μ , o tempo médio de desvanecimento diminui para níveis menores que o valor rms . Isto ocorre porque quanto maior for o valor de

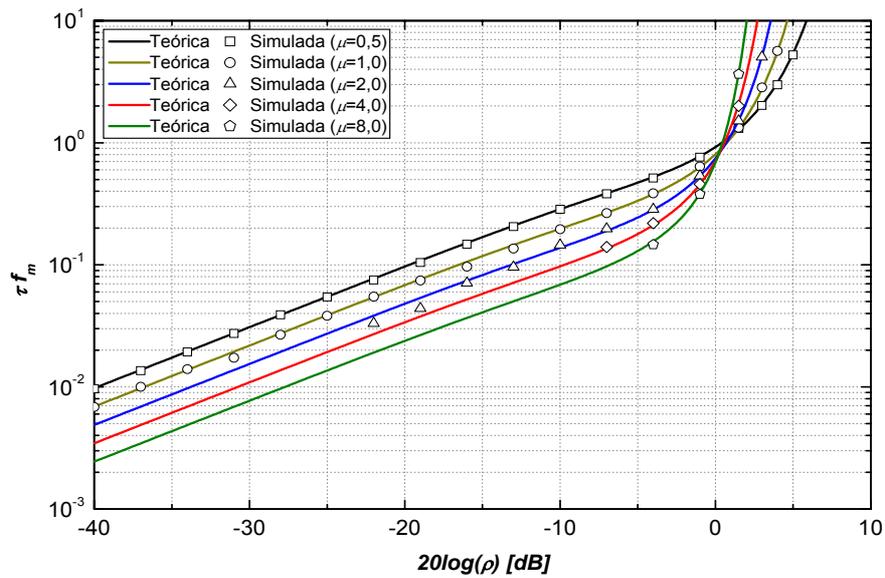


Figura 6.1: Tempo médio de desvanecimento - $\kappa - \mu$ para $\kappa = 2$.

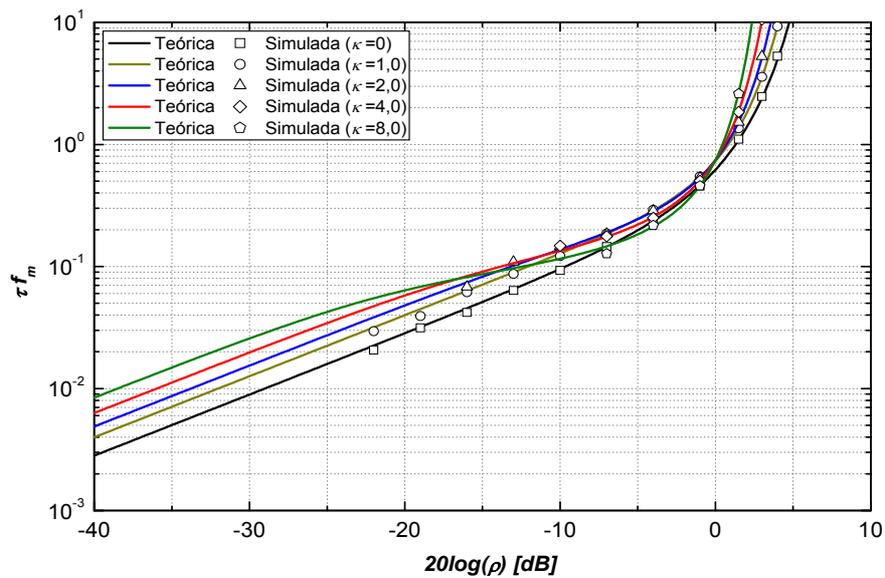


Figura 6.2: Tempo médio de desvanecimento - $\kappa - \mu$ para $\mu = 2$.

μ , mais *clusters* atingem a estação receptora, o que faz com que o desvanecimento $\kappa - \mu$ se torne menos severo. Agora, mantendo fixo o valor de μ e aumentando o valor de κ ocorre o inverso. Isto ocorre porque o sinal sofrerá mais variações para valores menores de κ , de forma que o tempo médio de duração de um desvanecimento será menor.

6.4 Obtenção do tempo médio de desvanecimento para outras distribuições a partir da distribuição $\kappa - \mu$

6.4.1 Ambiente Rice

Obtenção através da definição [16]

A fdp de Rice é dada por

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right) \quad (6.6)$$

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rice foi calculada na Seção 5.4.1 e é dada pela equação (5.13), reescrita a seguir.

$$R_c = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp\left(-\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right). \quad (6.7)$$

Desta forma, o tempo médio de desvanecimento é obtido substituindo as equações (6.7) e (6.6) na equação (6.2), obtendo

$$\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi} f_m R} \frac{\exp\left(\frac{R^2 + c^2}{2\sigma^2}\right)}{I_0\left(\frac{Rc}{\sigma^2}\right)} \int_0^R \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rc}{\sigma^2}\right) dr. \quad (6.8)$$

Sabendo que para o ambiente Rice $\hat{r} = \sqrt{2(1+K)}\sigma$, $K = c^2/2\sigma^2$ e adotando $g = r/\hat{r}$ como a variável de integração, a equação (6.8) pode ser reescrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal adotado R e o valor *rms* do sinal \hat{r} . Assim,

$$\tau = \frac{\sqrt{2(1+K)} \exp[(1+K)(R/\hat{r})^2]}{\sqrt{\pi} f_m (R/\hat{r}) I_0\left[2(R/\hat{r})\sqrt{K(1+K)}\right]} \int_0^{R/\hat{r}} g \exp[-g^2(1+K)] I_0\left[2g\sqrt{K(1+K)}\right] dg. \quad (6.9)$$

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

Tomando a equação (6.5) e ajustando o parâmetro $\mu = 1$, teremos a existência de um *cluster* apenas. Novamente, o parâmetro κ coincide com a constante K da distribuição de Rice. Assim, a equação do tempo médio de desvanecimento para o ambiente Rice é obtida, dada por (6.9).

$$\tau = \frac{\sqrt{2(1 + \kappa)} \exp [(1 + \kappa)(R/\hat{r})^2]}{\sqrt{\pi} f_m(R/\hat{r}) I_0 [2(R/\hat{r})\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}]} \int_0^{R/\hat{r}} g \exp [-g^2(1 + \kappa)] I_0 [2g\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}] dg. \quad (6.10)$$

A equação (6.10), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados na Figura 6.3. Para a obtenção de cada símbolo das curvas simuladas, foram analisados cerca de 2 milhões de pontos.

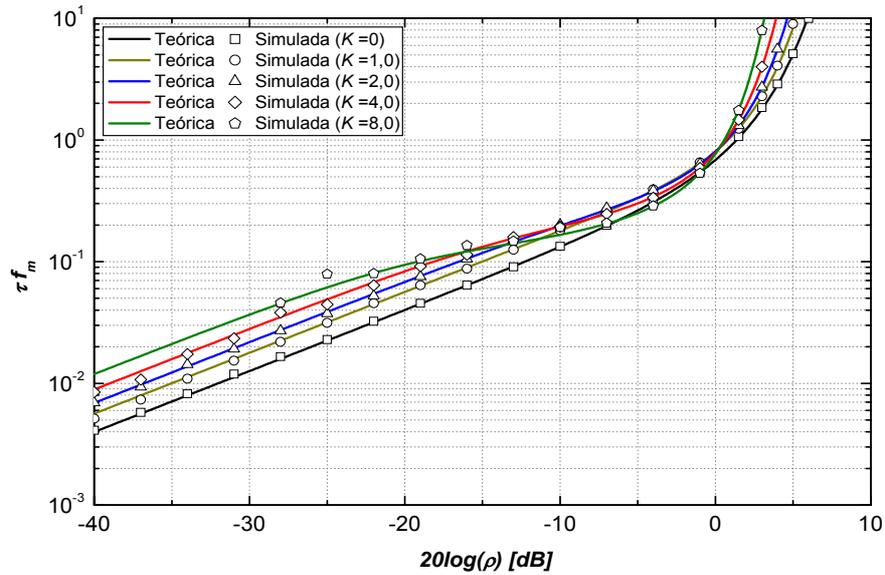


Figura 6.3: Tempo médio de desvanecimento - Rice.

Valores maiores de K resultam em tempos médios de desvanecimento maiores. Da mesma forma que ocorreu para a distribuição $\kappa - \mu$, vista na Seção 6.3, valores menores de K resultam em valores menores de tempo médio de desvanecimento, visto que neste caso a variação do sinal é maior.

6.4.2 Ambiente Rayleigh

Obtenção através da definição [3]

A fdp de Rayleigh é dada por

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp \left(-\frac{r^2}{2\sigma^2} \right). \quad (6.11)$$

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Rayleigh foi calculada na Seção 5.4.2 e é dada pela equação (5.18), reescrita a seguir.

$$R_c = \sqrt{\pi} f_m \frac{R}{\sigma} \exp \left[- \left(\frac{R}{\sqrt{2} \sigma} \right)^2 \right]. \quad (6.12)$$

Desta forma, o tempo médio de desvanecimento é obtido substituindo as equações (6.12) e (6.11) na equação (6.2), obtendo

$$\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi} f_m R} \exp \left(\frac{R^2}{2\sigma^2} \right) \int_0^R \frac{r}{\sigma^2} \exp \left(- \frac{r^2}{2\sigma^2} \right) dr, \quad (6.13)$$

cuja solução é dada por

$$\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi} f_m R} \left[\exp \left(\frac{R^2}{2\sigma^2} \right) - 1 \right]. \quad (6.14)$$

Sabendo que para o ambiente Rayleigh $\hat{r} = \sqrt{2} \sigma$, a equação (6.14) pode ser reescrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal adotado R e o valor *rms* do sinal \hat{r} . Assim,

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/\hat{r})} \left\{ \exp \left[\left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] - 1 \right\}. \quad (6.15)$$

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

O tempo médio de desvanecimento para o ambiente Rayleigh é obtido fazendo-se $\kappa = 0$ na equação (6.10). Neste caso, é considerada a recepção de apenas um *cluster* de sinal sem a existência de uma onda com potência predominante sobre as demais componentes, ou seja, $\mu = 1$ e $\kappa = 0$. Resolvendo a integral da equação (6.10) para $\kappa = 0$, obtém-se

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/\hat{r})} \left\{ \exp \left[\left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] - 1 \right\}. \quad (6.16)$$

A equação (6.16), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados na Figura 6.4, onde foram gerados cerca de 2 milhões de pontos para a obtenção de cada símbolo da curva simulada.

Pode-se observar na curva que o tempo médio de desvanecimento aumenta de forma mais rápida para níveis maiores que o valor *rms* do sinal. Quando a taxa de cruzamento de nível é máxima, ou seja, para o nível *3dB* abaixo do valor *rms* do sinal o tempo médio de

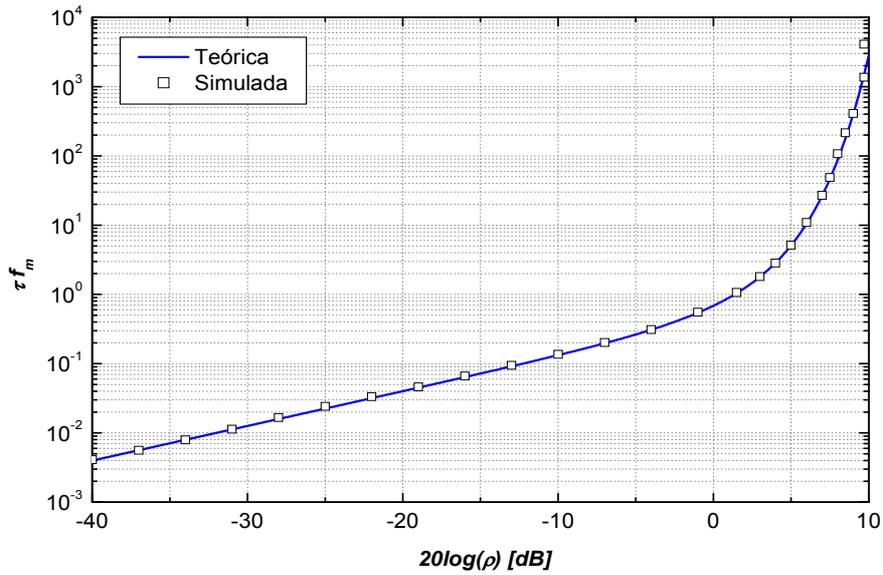


Figura 6.4: Tempo médio de desvanecimento - Rayleigh.

desvanecimento é de aproximadamente $0,33 f_m$

6.4.3 Ambiente Nakagami- m

Obtenção através da definição [20]

A fdp de Nakagami- m é dada por

$$p(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right), \quad (6.17)$$

A taxa de cruzamento de nível para o ambiente Nakagami- m foi calculada na Seção 5.4.3 e é dada pela equação (5.24), reescrita a seguir.

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-\frac{1}{2}} R^{2m-1}}{\Omega^{m-\frac{1}{2}} \Gamma(m)} \exp\left(-\frac{mR^2}{\Omega}\right). \quad (6.18)$$

Desta forma, o tempo médio de desvanecimento é obtido substituindo as equações (6.18) e (6.17) na equação (6.2), obtendo

$$\tau = \frac{\Gamma(m)\Omega^{m-\frac{1}{2}}}{m^{m-\frac{1}{2}} \sqrt{2\pi} f_m R^{2m-1}} \exp\left(\frac{mR^2}{\Omega}\right) \int_0^R \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) dr. \quad (6.19)$$

Rearranjando a equação (6.19) tem-se

$$\tau = \frac{2\sqrt{m} \Omega^{m-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi} f_m R^{2m-1}} \exp\left(\frac{mR^2}{\Omega}\right) \int_0^R \frac{r^{2m-1}}{\Omega^m} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) dr. \quad (6.20)$$

Finalmente, sabendo que para o ambiente Nakagami- m $\Omega = \hat{r}^2$, a equação (6.20) pode ser reescrita em função da relação entre o nível de cruzamento do sinal adotado R e o valor rms do sinal \hat{r} . Assim,

$$\tau = \frac{\sqrt{2m}}{\sqrt{\pi} f_m (R/\hat{r})^{2m-1}} \exp\left[m\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] \int_0^{R/\hat{r}} g^{2m-1} \exp(-mg^2) dg, \quad (6.21)$$

onde $g = r/\hat{r}$ é a variável de integração.

Obtenção através da distribuição $\kappa - \mu$

O tempo médio de desvanecimento para o sinal Nakagami- m poderia ser obtido tomando a equação (6.5) e fazendo $\kappa = 0$, porém, como citado na Seção 2.5, esta operação resulta em uma indeterminação (zero dividido por zero). Utilizando novamente a aproximação dada pela equação (2.25), obtém-se

$$\tau = \frac{\sqrt{2\mu(1+\kappa)}}{\sqrt{\pi} f_m} \int_0^{R/\hat{r}} \frac{g^\mu \exp\{\mu(1+\kappa)[(R/\hat{r})^2 - g^2]\} [\mu g \sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1} \Gamma(\mu)}{(R/\hat{r})^\mu [\mu(R/\hat{r})\sqrt{\kappa(1+\kappa)}]^{\mu-1} \Gamma(\mu)} dg, \quad (6.22)$$

Tomando a equação (6.22) e fazendo algumas manipulações algébricas, chega-se à mesma equação dada por (6.21), onde o parâmetro μ coincide com o parâmetro m de Nakagami.

$$\tau = \frac{\sqrt{2\mu}}{\sqrt{\pi} f_m (R/\hat{r})^{2\mu-1}} \exp\left[\mu\left(\frac{R}{\hat{r}}\right)^2\right] \int_0^{R/\hat{r}} g^{2\mu-1} \exp(-\mu g^2) dg. \quad (6.23)$$

A equação (6.23), assim como os valores obtidos em simulação estão traçados na Figura 6.5. Novamente, foram analisados em torno de 2 milhões de pontos para obter cada símbolo das curvas práticas de tempo médio de desvanecimento.

Valores maiores de m resultam em tempos médios de desvanecimento menores para níveis menores que o valor rms do sinal. Isto ocorre porque quanto maior for o valor de m , mais *clusters* atingem a estação receptora, o que faz com que o sinal Nakagami- m se torne menos severo.

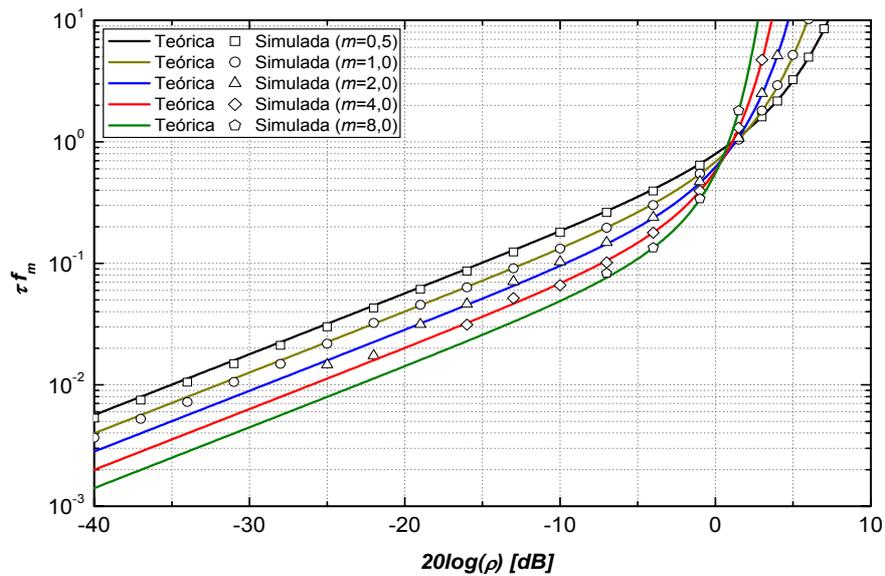


Figura 6.5: Tempo médio de desvanecimento - Nakagami- m .

6.5 Conclusão

Foi apresentado neste capítulo o desenvolvimento da equação para o tempo médio de desvanecimento para o ambiente modelado com a distribuição $\kappa - \mu$, constituindo uma contribuição original deste trabalho. Mostrou-se que através do ajuste correto dos parâmetros κ e μ obtém-se as equações para os ambientes Rayleigh, Rice e Nakagami- m .

Através das curvas verificou-se que sinais com características mais determinísticas apresentam tempos médios de desvanecimento menores para valores inferiores ao valor rms . Isto ocorre devido ao bom comportamento do sinal em torno deste valor.

Pôde ser verificado também que as curvas teóricas obtidas das equações possuem grande concordância com os valores práticos obtidos em simulações, utilizando o gerador $\kappa - \mu$ implementado no Capítulo 3.

Capítulo 7

Conclusão

7.1 Introdução

Para atingir os objetivos propostos neste trabalho, é importante salientar as bases teóricas e matemáticas contidas em trabalhos anteriormente desenvolvidos, desde o estudo do canal $\kappa-\mu$ (Capítulo 2) [6] até o desenvolvimento das equações da taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento para as distribuições já existentes (Rayleigh, Rice e Nakagami- m) [16].

Como principais contribuições deste trabalho, tem-se:

O gerador de sinais modelados pela distribuição $\kappa-\mu$ para valores de μ múltiplos de 1/2: a partir das idéias do artigo [20] e do livro [15] foi desenvolvido um simulador para a envoltória de um sinal com desvanecimento $\kappa-\mu$ com efeito Doppler. Esse simulador foi e será importante para realizar simulações e comparações com o equacionamento teórico.

Equação para a taxa de cruzamento de nível: foi desenvolvida a equação para a taxa de cruzamento de nível considerando um ambiente modelado pela distribuição $\kappa-\mu$. Estes foram resultados confirmados pelas simulações obtidas pelo simulador.

Equação para o tempo médio de desvanecimento: foi desenvolvida a equação para o tempo médio de desvanecimento considerando um ambiente modelado pela distribuição $\kappa-\mu$. Novamente, os dados simulados pelo gerador apresentaram grande concordância com os resultados teóricos.

Generalização da distribuição $\kappa-\mu$: mostrou-se que as três distribuições usuais muito utilizadas para a modelagem do desvanecimento em canais sem fio podem ser obtidas diretamente da equação da fdp da distribuição $\kappa-\mu$. Inclusive, além da obtenção da fdp,

é possível obter as equações para as estatísticas de ordem superior também da equação obtida para a distribuição $\kappa - \mu$.

7.2 Propostas para trabalhos futuros

Existem várias sugestões para futuros trabalhos com objetivo de dar continuidade a esta dissertação.

1. O desenvolvimento de um simulador para gerar sinais modelados pela distribuição $\eta - \mu$.
2. Desenvolver as expressões da taxa de cruzamento de nível e tempo médio de desvanecimento para a distribuição $\eta - \mu$.
3. Com essa nova distribuição, $\kappa - \mu$, pode-se desenvolver todos os trabalhos realizados para as distribuições de Rayleigh, Rice e Nakagami- m , tais como, desempenho de sistemas de comunicação digital, técnicas de codificação, técnicas de diversidade em canais com desvanecimento, entre outras.
4. Estudo de canais com desvanecimentos correlacionados.
5. Desenvolver um simulador de canal utilizando o método de Jakes [21] para comparar com o método de Smith.

Anexo A

Sumário Matemático

Este anexo apresenta as principais equações encontradas nesta dissertação. As equações estão organizadas de acordo com as distribuições. É visto ainda na Figura A.1 um organograma que relaciona a distribuição $\kappa - \mu$ com outras distribuições probabilísticas que são seus casos especiais.

Distribuição $\kappa - \mu$

$$r^2 = \sum_{i=1}^n (x_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i + q_i)^2, \quad (\text{A.1})$$

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2)}{2\sigma^2} \quad (\text{A.2})$$

$$\mu = m \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2} \quad (\text{A.3})$$

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^\mu \exp \left[-\mu(1 + \kappa) \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^2 \right] I_{\mu-1} \left[2\mu\sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left(\frac{r}{\hat{r}}\right) \right] \right\} \quad r \geq 0 \quad (\text{A.4})$$

$$E[r^2] = 2n\sigma^2 + \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Var}[r^2] = 4n\sigma^2 + 4\sigma^2 \sum_{i=1}^n (p_i^2 + q_i^2) \quad (\text{A.6})$$

$$\mu = \frac{E^2(r^2)}{\text{Var}(r^2)} \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2} \quad (\text{A.7})$$

$$p(\rho) = \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \rho^\mu \exp[-\mu(1 + \kappa)\rho^2] I_{\mu-1} \left[2\mu\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}\rho \right], \quad \rho \geq 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\mu = \frac{1}{\text{Var}[\rho^2]} \times \frac{1 + 2\kappa}{(1 + \kappa)^2}. \quad (\text{A.9})$$

Taxa de cruzamento de nível

$$R_c = \frac{\sqrt{\pi} f_m}{\sqrt{2\mu(1 + \kappa)}} \left\{ \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\mu\kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^\mu \exp \left[-\mu(1 + \kappa) \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] I_{\mu-1} \left[2\mu\sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \left(\frac{R}{\hat{r}} \right) \right] \right\} \quad (\text{A.10})$$

Tempo médio de desvanecimento

$$\tau = \frac{\sqrt{2\mu(1 + \kappa)} \exp[\mu(1 + \kappa)(R/\hat{r})^2]}{\sqrt{\pi} f_m (R/\hat{r})^\mu I_{\mu-1} [2\mu(R/\hat{r})\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}]} \int_0^{R/\hat{r}} g^\mu \exp[-\mu g^2(1 + \kappa)] I_{\mu-1} [2\mu g\sqrt{\kappa(1 + \kappa)}] dg \quad (\text{A.11})$$

Distribuição de Rayleigh

$$\mu = 1 \quad (\text{A.12})$$

$$\kappa = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2r}{\hat{r}} \exp \left[- \left(\frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right] \right\}, \quad r \geq 0 \quad (\text{A.14})$$

$$p(\rho) = 2\rho \exp(-\rho^2), \quad \rho \geq 0 \quad (\text{A.15})$$

Taxa de cruzamento de nível

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{R}{\hat{r}} \exp \left[- \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] \quad (\text{A.16})$$

Tempo médio de desvanecimento

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m (R/\hat{r})} \left\{ \exp \left[\left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] - 1 \right\} \quad (\text{A.17})$$

Distribuição de Rice

$$\mu = 1 \quad (\text{A.18})$$

$$\kappa = K \quad (\text{A.19})$$

$$c = p^2 + q^2 \quad (\text{A.20})$$

$$K = \frac{(p^2 + q^2)}{2\sigma^2} \quad (\text{A.21})$$

$$p(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp \left(-\frac{r^2 + c^2}{2\sigma^2} \right) I_0 \left(\frac{rc}{\sigma^2} \right), \quad r \geq 0 \quad (\text{A.22})$$

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2(1+K)}{\exp(K)} \left(\frac{r}{\hat{r}} \right) \exp \left[-(1+K) \left(\frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right] I_0 \left[2\sqrt{K(1+K)} \left(\frac{r}{\hat{r}} \right) \right] \right\}, \quad r \geq 0, \quad (\text{A.23})$$

$$p(\rho) = \frac{2(1+K)}{\exp(K)} \rho \exp \left[-(1+K)\rho^2 \right] I_0 \left[2\sqrt{K(1+K)}\rho \right], \quad \rho \geq 0 \quad (\text{A.24})$$

Taxa de cruzamento de nível

$$R_c = \sqrt{2\pi(1+K)} f_m \frac{R}{\hat{r}} \exp \left[-(1+K) \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 - K \right] I_0 \left(2\sqrt{K(1+K)} \frac{R}{\hat{r}} \right) \quad (\text{A.25})$$

Tempo médio de desvanecimento

$$\tau = \frac{\sqrt{2(1+K)} \exp[(1+K)(R/\hat{r})^2]}{\sqrt{\pi} f_m (R/\hat{r}) I_0 [2(R/\hat{r})\sqrt{K(1+K)}]} \int_0^{R/\hat{r}} g \exp[-g^2(1+K)] I_0 [2g\sqrt{K(1+K)}] dg \quad (\text{A.26})$$

Distribuição de Nakagami- m

$$\mu = m \quad (\text{A.27})$$

$$\kappa = 0 \quad (\text{A.28})$$

$$p(r) = \frac{1}{\hat{r}} \left\{ \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \left(\frac{r}{\hat{r}} \right)^{2m-1} \exp \left[-m \left(\frac{r}{\hat{r}} \right)^2 \right] \right\}, \quad r \geq 0 \quad (\text{A.29})$$

$$p(\rho) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \rho^{2m-1} \exp(-m\rho^2), \quad \rho \geq 0 \quad (\text{A.30})$$

Taxa de cruzamento de nível

$$R_c = \sqrt{2\pi} f_m \frac{m^{m-\frac{1}{2}}}{\Gamma(m)} \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^{2m-1} \exp \left[-m \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] \quad (\text{A.31})$$

Tempo médio de desvanecimento

$$\tau = \frac{\sqrt{2m}}{\sqrt{\pi} f_m (R/\hat{r})^{2m-1}} \exp \left[m \left(\frac{R}{\hat{r}} \right)^2 \right] \int_0^{R/\hat{r}} g^{2m-1} \exp(-mg^2) dg \quad (\text{A.32})$$

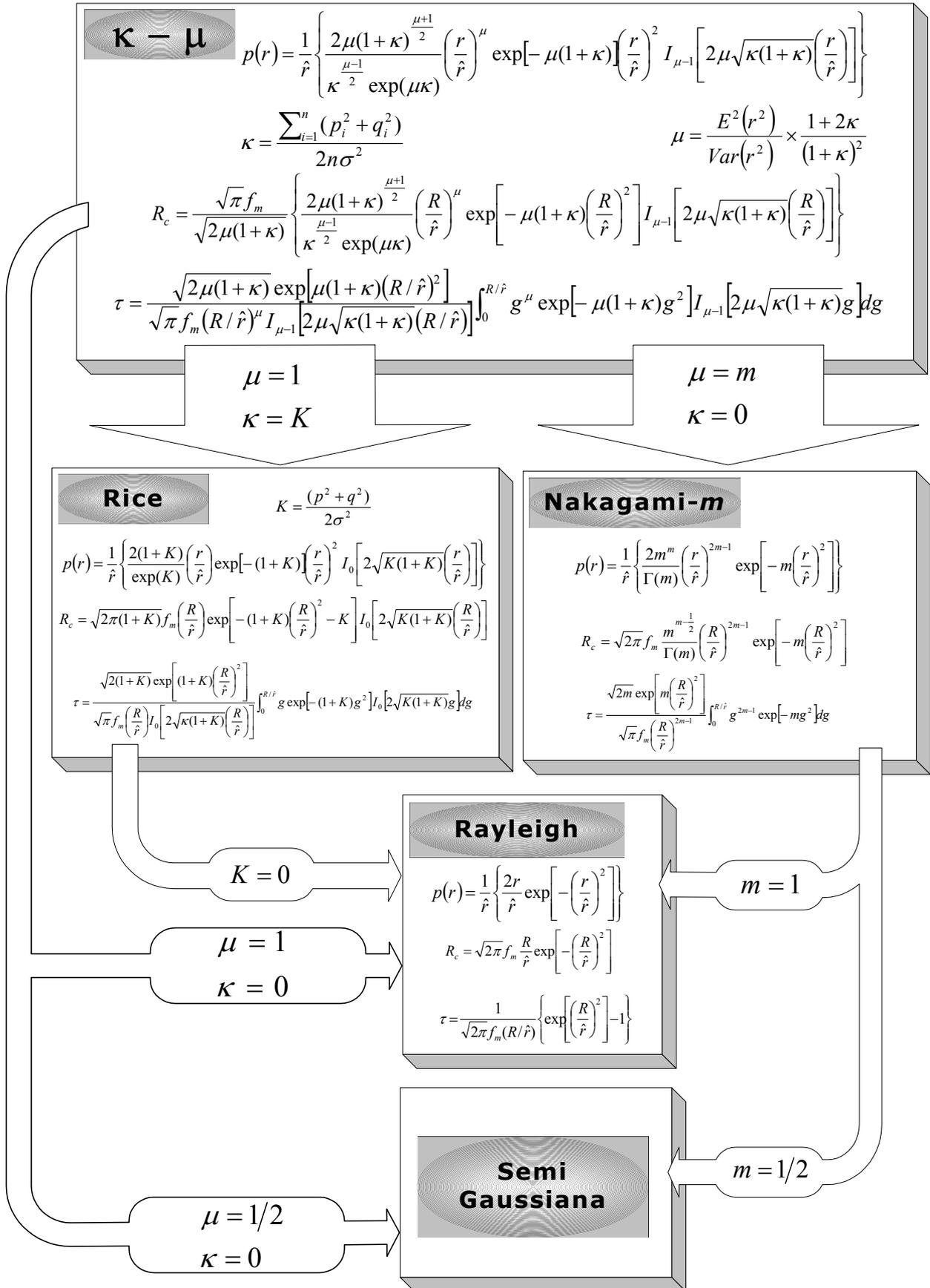


Figura A.1: Sumário matemático

Referências Bibliográficas

- [1] Simon, M. K. and Alouini, M. S., *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*, Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, 2000.
- [2] Fasolo, S. A., *Transmissão em Canais com Desvanecimento*, Apostila de Pós Graduação em Telecomunicações do Inatel, 2002.
- [3] Yacoub, M. D., *Foundations of Mobile Radio Engineering*, CRC Press, Boca Raton. FL, USA, 1993.
- [4] Nakagami, M., *The m -distribution — A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading*, in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, 1960.
- [5] Rice, S. O., *Mathematical Analysis of Random Noise*, Bell Syst. Tech. J., vol. 23, pp282-332, July 1944.
- [6] Souza, R. A., *Análise de Desempenho de Técnicas de Comunicação Digital em Canais com Distribuição κ - μ , Desvanecimento Lento e Não Seletivo em Freqüência*, Tese de Mestrado, Inatel, 2002.
- [7] Yacoub, M. D., *The κ - μ Distribution*, XIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, Brasil, 2001.
- [8] Braun, W. R. and Dersch, U., *A Physical Mobile Radio Channel Model*, IEEE Trans. Veh. Technol. 40(2)1991.
- [9] Ynoguti, C. A., *Probabilidade, Estatística e Processos Estocásticos*, Apostila de Mestrado, Inatel, 2002.
- [10] Abramowitz and M., Stegun, A., *Handbook of Mathematical Functions*, US Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 1972.

- [11] Ossana, J. Jr., *A Model for Mobile Radio Fading due to Building Reflexions: Theoretical and Experimental Fading Waveform Power Spectra*, Bell Systems Technical Journal, Vol. 43, No. 6, pp. 2935-2971, 1964.
- [12] Clarke, R. H., *A Statistical Theory of Mobile-Radio Reception*, Bell Systems Technical Journal, Vol. 47, No. 6, pp. 957-1000, 1968.
- [13] Gans, M. J., *A Power Spectral Theory of Propagation in the Mobile Radio Environment*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. VT-21, pp. 27-38, 1972.
- [14] Smith, J. I., *A Computer Generated Multipath Fading Simulation For Mobile Radio*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. VT-24, No. 3, pp. 39-40, 1975.
- [15] Rappaport, T. S., *Wireless Communications: Principles and Practice*, Second Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ 07458, 1996.
- [16] Guedes, L. G. R., *Contribuições à Estatística do Sinal de Rádio Móvel*, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, 1996.
- [17] Gradshtyn, L.S. and Ryshik, L.M., *Table of Integrals, Series and Products*, Sixth Edition, Academic Press, 2000.
- [18] Spiegel, M. R., *Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas*, Tradução de Roberto Chioccarello. São Paulo: McGraw-Hill, 1973.
- [19] Proakis, J. D., *Digital Communications*, Third Edition, McGraw Hill, 1995.
- [20] Yacoub, M. D., Bautista, J. E. V. and Guedes, L. G. R., *On Higher Order Statistics of the Nakagami-m Distribution*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 48, No 3, 1999.
- [21] Jakes, W. C., *Microwave Mobile Communications*, New York, John Wiley, 1974.