

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Departamento de Comunicações

Solução Generalizada para Técnicas de
Diversidade-Combinação

Autor: Cláudio Rafael Cunha Monteiro da Silva
Orientador: Michel Daoud Yacoub

Tese submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub
Dr. Paulo Cardieri
Dr. Antonio Fischer de Toledo
Prof. Dr. Hélio Waldman

FEEC/UNICAMP
Fundação CPqD
Fundação CPqD
FEEC/UNICAMP

Abril de 2001

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UNICAMP

Si38s	<p>Silva, Cláudio Rafael Cunha Monteiro da Solução generalizada para técnicas de diversidade-combinação / Cláudio Rafael Cunha Monteiro da Silva. --Campinas, SP: [s.n.], 2001.</p> <p>Orientador: Michel Daoud Yacoub. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação.</p> <p>1. Sistemas de comunicação móvel. 2. Rádio – Transmissores e transmissão – Desvanecimento. 3. Comunicações digitais. I. Yacoub, Michel Daoud. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.</p>
-------	---

Resumo

Diversidade é uma técnica importante para diminuir os efeitos do desvanecimento no sinal rádio móvel. A proposta desta Tese é realizar um estudo analítico dos sinais resultantes das diferentes técnicas de combinação de diversidade, através de formulações *exatas* e *genéricas*, em termos da confiabilidade, taxa de erro de bit e estatísticas de segunda ordem. Os sinais em cada ramo de diversidade são considerados independentes e de mesmo valor médio e mesmo grau de desvanecimento. Esta análise proporciona uma solução genérica para o problema de combinação de diversidade, ao considerar um número arbitrário de ramos de diversidade e o ambiente Nakagami de desvanecimento. Estudam-se os métodos de combinação convencionais – Combinação por Seleção Pura, por Limiar, por Ganho Igual e por Razão Máxima – e os métodos híbridos recentemente propostos – Combinação por Seleção/Ganho Igual e por Seleção/Razão Máxima.

Abstract

Diversity is an important technique for reducing the fading effects on the mobile radio signal. This thesis proposal is to develop an analytical study of the resultant signals from different diversity combining techniques, through an *exact* and *general* formulation, in terms of reliability, bit error rate and second order statistics. The signals in each branch are considered to be independent and with the same mean value and same fading degree. This analysis yields a general solution for the diversity combining problem, taking into account an arbitrary number of branches and a Nakagami fading environment. It is tackled conventional combining methods – Pure Selection, Threshold Selection, Equal Gain, and Maximal Ratio Combining Methods – and the recently proposed hybrid methods – Selection/Equal Gain and Selection/Maximal Ratio Combining Methods.

Agradecimentos

Meu agradecimento especial ao Prof. Michel Daoud Yacoub pela sua presença constante em todas as etapas deste projeto. Tantas contribuições originais em uma Tese de Mestrado são frutos de uma grande orientação.

Aos meus pais, Antônio Cláudio e Sônia Maria, por estarem sempre presentes e com tanto amor. Ao meu pai, em especial, por ter criado em mim o sonho de ser um pesquisador.

À Maria Ester e à Ana Isabel, minhas irmãs, por serem tão importantes em minha vida.

Aos meus avós, Abílio e Dhália, pela presença feliz que são para os seus filhos e netos.

À Mara, minha esposa, pelos momentos já compartilhados e por uma vida inteira que vamos passar juntos.

À toda turma de Engenharia Elétrica do ano de 1995 (EE95) da Unicamp, pelos anos de alegria, cumplicidade e aprendizado.

Aos muitos amigos que fiz durante o Mestrado.

À FAPESP, pelo apoio a este projeto.

“Assim diz o Senhor: não se glorie o sábio na sua sabedoria, nem se glorie o forte na sua força, nem se glorie o rico nas suas riquezas, mas o que se gloriar glorie-se nisto: em me conhecer e saber que eu sou o Senhor.”

Jeremias 9:23-24

Aos meus pais.

Índice

Capítulo 1 – Introdução

1.1 O Canal Rádio Móvel	1
1.2 Técnicas de Diversidade	2
1.3 Objetivos	3
1.4 Estrutura da Tese	4
1.5 Contribuições	5

Capítulo 2 – Desvanecimento e Métodos de Combinação de Diversidade

2.1 Introdução	7
2.2 Estatísticas de Nakagami	8
2.2.1 Estatísticas da Envoltória do Sinal Rádio Móvel	8
2.2.2 Estatísticas da Relação Sinal-Ruído do Sinal Rádio Móvel	11
2.2.3 Estatísticas de Nakagami Normalizadas	13
2.2.4 Estatísticas da Derivada da Envoltória do Sinal Rádio Móvel	14
2.3 Métodos de Combinação	15
2.3.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)	16
2.3.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)	17
2.3.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)	18
2.3.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)	19
2.3.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)	21
2.3.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)	21
2.4 Conclusão	22

Capítulo 3 – Métodos de Combinação de Diversidade em Ambiente Nakagami

3.1 Introdução	23
3.2 Confiabilidade	24
3.2.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)	24
3.2.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)	25
3.2.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)	27
3.2.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)	31
3.2.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)	32
3.2.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)	35
3.3 Valores Médios	37
3.3.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)	37
3.3.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)	39
3.3.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)	40
3.3.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)	41
3.3.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)	41
3.3.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)	42
3.4 Resultados	42
3.5 Conclusão	52

Capítulo 4 – Taxa de Erro de Bit

4.1 Introdução	55
4.2 Taxa de Erro de Bit para Esquemas Binários	56
4.3 Taxa de Erro de Bit em um Ambiente Nakagami	57
4.3.1 Sinal Nakagami	57
4.3.2 Combinação por Seleção Pura (CSP)	58
4.3.3 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)	59
4.3.4 Combinação por Ganho Igual (CGI)	60
4.3.5 Combinação por Razão Máxima (CRM)	61
4.3.6 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)	62
4.3.7 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)	62
4.4 Resultados	63
4.5 Conclusão	69

Capítulo 5 – Estatísticas de Segunda Ordem

5.1 Introdução	71
5.2 Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento	72
5.3 Estatísticas de Segunda Ordem de um Sinal Nakagami	74
5.4 Análise do Sinal Resultante dos Métodos de Combinação	75
5.4.1 Combinação por Seleção Pura (CSP) e por Limiar (CSL)	75
5.4.2 Combinação por Ganho Igual (CGI)	76
5.4.3 Combinação por Razão Máxima (CRM)	78
5.4.4 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)	79
5.4.5 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)	80
5.5 Estatísticas de Segunda Ordem	81
5.5.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)	82
5.5.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)	82
5.5.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)	83
5.5.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)	83
5.5.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)	84
5.5.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)	84
5.6 Resultados	85
5.7 Conclusão	92

Capítulo 6 – Conclusões

6.1 Considerações Finais	93
6.2 Propostas para Trabalhos Futuros	96

Referências Bibliográficas	97
---	-----------

Capítulo 1

Introdução

Em operação por pouco menos de duas décadas, os sistemas de telefonia celular espalharam-se por todo o mundo e tornaram-se um dos grandes responsáveis pela atual importância das telecomunicações na economia mundial. Para atender maiores interesses econômicos e de mercado agora envolvidos, surge a necessidade de agregação de novos serviços ao sistema (como altas taxas de transmissão de dados) e de desenvolvimento de tecnologias que comportem um maior número de usuários por faixa de frequência. A pioneira rede analógica logo mostrou suas limitações frente a estas necessidades, e sucessivos avanços nos levaram às atuais propostas de sistemas de terceira e quarta geração. Estes novos sistemas propõem a integração de áudio, imagem e dados, com uma alta taxa de transmissão.

Esta evolução nos sistemas de telefonia móvel não seria possível caso não houvesse também importantes avanços quanto à compreensão do meio de transmissão utilizado por estes sistemas: o canal rádio móvel. Um melhor modelo deste meio é uma ferramenta fundamental para um melhor planejamento do sistema e para o desenvolvimento de técnicas mais adequadas a este ambiente, levando a um aumento da capacidade de transmissão de informação por este canal.

1.1 O Canal Rádio Móvel

Uma das características intrínsecas do canal rádio móvel é a sua forte dependência do ambiente. Um sinal de rádio em um sistema terrestre qualquer sofre perdas ao longo do percurso,

pela perda de espaço livre e pela topografia do terreno. O sinal ainda é fortemente afetado – podendo sofrer um severo desvanecimento – por vários tipos de espalhamento e fenômenos de múltiplo percurso.

O desvanecimento é usualmente modelado por duas componentes: a lenta (ou de longo prazo) e a rápida (ou de curto prazo). O desvanecimento lento é tipicamente causado por variações em grandes escalas na topografia ao longo do caminho de propagação, enquanto que o desvanecimento rápido é causado pela reflexão do sinal em diferentes espalhadores móveis ou estacionários. Este último tipo de desvanecimento é também conhecido como desvanecimento por “múltiplos percursos”. Neste trabalho enfoca-se uma técnica de diminuição dos efeitos do desvanecimento rápido.

Há uma infinidade de fatores aleatórios que fazem com que o sinal rádio móvel tenha que ser tratado segundo uma base estatística. A envoltória, a fase e a frequência do sinal recebido variam aleatoriamente, sendo a envoltória usualmente modelada como tendo uma distribuição Rayleigh e a fase como tendo uma distribuição uniforme entre 0 e 2π rad. Entretanto, existem outras distribuições que melhor descrevem as estatísticas do sinal de rádio móvel.

1.2 Técnicas de Diversidade

O efeito do desvanecimento de múltiplo percurso em sistemas celulares pode ser combatido usando, dentre outros, diversidade, codificação, equalização e antenas adaptativas. A diversidade é uma técnica interessante por sua simplicidade e por não implicar aumento de potência de transmissão ou de banda de frequência, sendo uma técnica já presente em sistemas de comunicação desde os anos 20.

A diversidade baseia-se no fato de que desvanecimentos ocorrendo em canais independentes constituem eventos independentes. Logo, se a informação desejada estiver disponível de forma redundante em dois ou mais canais (conhecidos como ramos de diversidade – *branches*), a probabilidade de que esta informação seja afetada por um desvanecimento profundo, ocorrendo simultaneamente em todos os ramos, é pequena. Assim, com um algoritmo conveniente (conhecido como método de combinação) obtém-se um sinal a partir destes canais independentes de forma que os efeitos do desvanecimento são minimizados.

Existem vários esquemas de combinação para se obter o sinal desejado: os baseados na seleção de um dos sinais de entrada (Seleção Pura e por Limiar), os que têm como critério a adição dos sinais de entrada (Ganho Igual e Razão Máxima) e esquemas que combinam a Seleção Pura com um dos esquemas baseados na adição de sinais (Seleção/Ganho Igual e Seleção/Razão Máxima). Os métodos baseados na seleção e na adição de sinais são citados ao longo desta tese como métodos *convencionais*, enquanto que os dois últimos são denominados esquemas *híbridos*.

1.3 Objetivos

O objetivo desta Tese é fazer um estudo analítico dos diferentes métodos de combinação de diversidade em um ambiente em que considera-se que os sinais obedecem a distribuição de Nakagami. Dentre as distribuições que bem descrevem o canal rádio móvel, grande atenção vem sendo dada à distribuição de Nakagami devido a sua fácil manipulação e por bem representar os fenômenos do canal rádio móvel. Além disso, esta distribuição tem uma grande faixa de aplicabilidade ao modelar condições de desvanecimento mais ou menos severas do que a distribuição de Rayleigh, fornecendo assim uma solução mais geral para o fenômeno de desvanecimento.

É objetivo deste trabalho caracterizar os sinais resultantes dos métodos de combinação convencionais e híbridos em termos de

- Confiabilidade, obtendo as funções de densidade e de distribuição de probabilidade para a envoltória e relação sinal-ruído;
- Taxa de Erro de Bit, para alguns esquemas de modulação binários e
- Estatísticas de Segunda Ordem, obtendo a Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento.

Quanto aos métodos de combinação convencionais, suas caracterizações em termos de confiabilidade e taxa de erro de bit podem ser facilmente encontradas em livros da área [1,2,3] para o ambiente Rayleigh. A proposta desta tese, com relação à confiabilidade e taxa de erro de bit, é estender esta análise para o ambiente genérico Nakagami. A análise aqui proposta das estatísticas de segunda ordem é original, não sendo encontrada na literatura nem para o ambiente Rayleigh.

Com relação aos métodos de combinação híbridos, a confiabilidade e taxa de erro de bit são usualmente apresentadas para alguns casos particulares de número de ramos e condição de desvanecimento para os ambientes Rayleigh e Nakagami. A proposta desta tese, quanto à confiabilidade e taxa de erro de bit, é apresentar uma formulação genérica para um número de ramos e condição de desvanecimento arbitrários. Seguindo a análise das estatísticas de segunda ordem dos métodos de combinação convencionais, caracteriza-se a taxa de cruzamento e duração média de desvanecimento para os esquemas híbridos no ambiente Nakagami de forma original.

As análises apresentadas neste trabalho consideraram sempre 1) um número arbitrário de ramos de diversidade e 2) condições genéricas de desvanecimento (parâmetro m de Nakagami arbitrário). Também é considerado que os sinais de entrada dos métodos de combinação são independentes e que estes sinais possuem mesmo valor médio e mesmo grau de desvanecimento (todos os sinais com mesmo parâmetro m de Nakagami).

1.4 Estrutura da Tese

Além deste Capítulo I – Introdução –, cinco outros capítulos compõem este trabalho de Tese, a saber:

- Capítulo 2: Desvanecimento e Métodos de Combinação de Diversidade – São apresentadas as estatísticas de um sinal Nakagami, em termos de funções de densidade e distribuição de probabilidade com relação à envoltória e à relação sinal-ruído. As estatísticas de Nakagami normalizadas e a densidade da derivada temporal da envoltória de um sinal Nakagami são também caracterizadas. Finalmente, descreve-se o princípio de funcionamento dos seis métodos de combinação de diversidade analisados nos capítulos posteriores.
- Capítulo 3: Métodos de Combinação de Diversidade em Ambiente Nakagami – É feito um amplo estudo dos diferentes métodos de combinação em um ambiente Nakagami, através da obtenção das funções de distribuição e de densidade de probabilidade da envoltória e relação sinal-ruído de seus sinais resultantes. Também são obtidas as médias da relação sinal-ruído dos sinais resultantes de cada método. Com estas formulações,

realiza-se ao fim do capítulo uma análise da performance comparativa destes métodos de combinação.

- Capítulo 4: Taxa de Erro de Bit – Após uma breve apresentação dos diferentes esquemas de modulação binários em canais Gaussianos, faz-se um estudo da taxa de erro de bit para os diferentes métodos de combinação em um ambiente Nakagami. As técnicas de modulação consideradas são as versões coerente e não coerente da FSK e PSK, mas a análise apresentada pode ser facilmente estendida para técnicas de modulação mais complexas.
- Capítulo 5: Estatísticas de Segunda Ordem – Neste capítulo é feita a análise das estatísticas de segunda ordem, que são: taxa de cruzamento de nível e duração média do desvanecimento. Para isso, é realizado ao início do capítulo um desenvolvimento analítico da derivada temporal do sinal resultante de cada combinador.
- Capítulo 6: Conclusões – Neste capítulo são feitas considerações finais e apresenta-se sugestões para trabalhos futuros.

1.5 Contribuições

Este trabalho resultou em diversas contribuições originais para a área de desvanecimento e diversidade, que são:

- No Capítulo 3:
 - Determinação das funções de densidade e de distribuição de probabilidade do somatório de envoltórias Nakagami;
 - Obtenção das funções de densidade e de distribuição de probabilidade para o método Ganho Igual em um ambiente Nakagami, tanto em termos da envoltória quanto da relação sinal-ruído;
 - Modelagem genérica para a envoltória e relação sinal-ruído (com número de ramos de diversidade e condição de desvanecimento arbitrários) dos esquemas híbridos de combinação;
 - Cálculo do valor médio da relação sinal-ruído para os métodos convencionais e

- Cálculo do valor médio da relação sinal-ruído para as técnicas híbridas de combinação.
- No Capítulo 4:
 - Formulação exata da taxa de erro de bit do método Ganho Igual para qualquer esquema de modulação em que a taxa de erro de bit para um canal Gaussiano seja conhecida e
 - Modelagem exata e genérica para a taxa de erro de bit (com número de ramos de diversidade e condição de desvanecimento arbitrários) dos métodos híbridos de combinação para técnicas de modulação em que a taxa de erro de bit para um canal Gaussiano seja conhecida.
- No Capítulo 5:
 - Cálculo da derivada temporal da envoltória do sinal resultante de cada um dos seis métodos de combinação. A análise desenvolvida é original para os ambientes Rayleigh e Nakagami;
 - Obtenção da taxa de cruzamento de nível para os esquemas de combinação convencionais e híbridos e
 - Obtenção da duração média do desvanecimento para os seis métodos de combinação.

Capítulo 2

Desvanecimento e Métodos de Combinação de Diversidade

2.1 Introdução

Baseado na análise de experimentos sobre desvanecimento rápido na propagação de sinais HF, Nakagami propôs em 1940 um modelo [4] que hoje tem sido largamente usado como modelo do canal rádio móvel. A estatística proposta por Nakagami, embora elegante, foi obtida de forma empírica através de um processo de ajuste de curvas com os dados experimentais. Dentre o grande número de distribuições que bem descrevem o canal rádio móvel, especial atenção é dada a esta distribuição devido à sua fácil manipulação e por ser mais exata no ajuste de medidas de campo do que as distribuições de Rayleigh, lognormal e Rice [5,6].

Outra importante característica desta distribuição é a sua grande aplicação, ao descrever uma figura mais completa de desvanecimento. Este caso geral é de grande interesse nas comunicações móveis devido à grande influência do meio no sinal transmitido. O modelo proposto por Nakagami é versátil ao descrever ambientes com propagação multipercurso associada ou não à presença de linha de visada e ambientes com sombreamento com valores pequenos de desvio padrão. Deste modo, tem-se um modelo que inclui a distribuição de Rayleigh, aproxima a de Rice e que descreve condições de desvanecimento mais e menos severas do que a de Rayleigh.

Diminuir os efeitos do desvanecimento é uma das maiores dificuldades durante o processo de planejamento de um sistema de comunicação móvel. Uma das ferramentas mais utilizadas para este

fim é a diversidade, que tem como princípio que os instantes de ocorrência de desvanecimento em canais independentes constituem eventos independentes. Ao obter diferentes sinais independentes, há vários algoritmos (conhecidos como métodos de combinação) para a combinação destes em um sinal em que os efeitos do desvanecimento são minimizados.

Descrevem-se neste capítulo dois conceitos básicos que são utilizados em todo o trabalho: as estatísticas de um sinal Nakagami e os princípios de funcionamento dos diferentes métodos de combinação de diversidade. A formulação destes métodos em um ambiente Nakagami é realizada no capítulo seguinte.

2.2 Estatísticas de Nakagami

A modelagem do sinal de rádio móvel compreende as modelagens estatísticas da envoltória e da relação sinal-ruído (SNR – *signal to noise ratio*). Entretanto, é conveniente em certas análises trabalhar com a envoltória e relação sinal-ruído de forma normalizada. Neste item são apresentadas as estatísticas de um sinal Nakagami, inclusive na sua forma normalizada, além da modelagem da derivada da envoltória do sinal, necessária na formulação das estatísticas de segunda ordem.

Considera-se neste trabalho que os combinadores tem M sinais de entrada (isto é, M ramos de diversidade), e que os sinais nos ramos de diversidade $i = 1, 2, \dots, M$ seguem individualmente as estatísticas de Nakagami¹.

2.2.1 Estatísticas da Envoltória do Sinal Rádio Móvel

A envoltória do sinal de rádio móvel pode ser modelada pela distribuição de Nakagami, sendo o ambiente assim modelado chamado de ambiente Nakagami. A densidade de probabilidade da envoltória r_i neste ambiente é expressa por

¹ Será utilizado o índice i nas modelagens deste capítulo (por exemplo, envoltória r_i e relação sinal-ruído γ_i) por considerar-se que os sinais de entrada em cada ramo i seguem as estatísticas de Nakagami, diferenciando-se da notação sem índice que indica os sinais resultantes dos métodos de combinação (por exemplo, r e γ).

$$p(r_i) = \frac{2m^m}{\Gamma(m)} \frac{r_i^{2m-1}}{r_{rms}^{2m}} \exp\left(-\frac{mr_i^2}{r_{rms}^2}\right) \quad (2.1)$$

onde $r_{rms} = \sqrt{E(r_i^2)}$ é o valor quadrático médio da envoltória r_i , $\Gamma(a)$ é a função Gama dada por $\Gamma(a) = \int_0^\infty x^{a-1} \exp(-x) dx$ e m é o grau de desvanecimento definido como

$$m = \frac{(r_{rms}^2)^2}{Var(r_i^2)} \geq 1/2 \quad (2.2)$$

Esta densidade apresenta a seguinte relação

$$E(r_i^v) = \frac{\Gamma(m + v/2)}{\Gamma(m)} \left(\frac{r_{rms}^2}{m}\right)^{v/2} \quad (2.3)$$

de onde pode-se obter a média da envoltória

$$E(r_i) = \frac{\Gamma(m + 1/2)}{\Gamma(m)} \left(\frac{r_{rms}^2}{m}\right)^{1/2} \quad (2.4)$$

e calcular a variância como

$$Var(r_i) = \left[m \left(\frac{\Gamma(m)}{\Gamma(m + 1/2)}\right)^2 - 1 \right] E^2(r_i) \quad (2.5)$$

A função distribuição de probabilidade $P(r_i)$ da envoltória r_i é obtida diretamente da função de densidade (2.1), sendo calculada como

$$P(r_i) = \frac{\Gamma(m, mr_i^2/r_{rms}^2)}{\Gamma(m)} \quad (2.6)$$

onde $\Gamma(a,b) = \int_0^b x^{a-1} \exp(-x) dx$ é a função Gama Incompleta.

A Figura 2.1 mostra a função densidade de probabilidade da envoltória dada por (2.1), tendo como parâmetro o grau de desvanecimento m do sinal. O pior caso de desvanecimento observado por Nakagami corresponde a $m = 0.5$, o que equivale à uma condição de desvanecimento pior do que a apresentada por Rayleigh. A condição $m = 1$ corresponde ao desvanecimento Rayleigh, e para $m > 1$, o sinal recebido se comporta como se possuísse alguma componente de um caminho direto de propagação, correspondendo a um desvanecimento menos severo do que aquele descrito por Rayleigh. O caso $m = 0.5$ corresponde à densidade Gaussiana unilateral

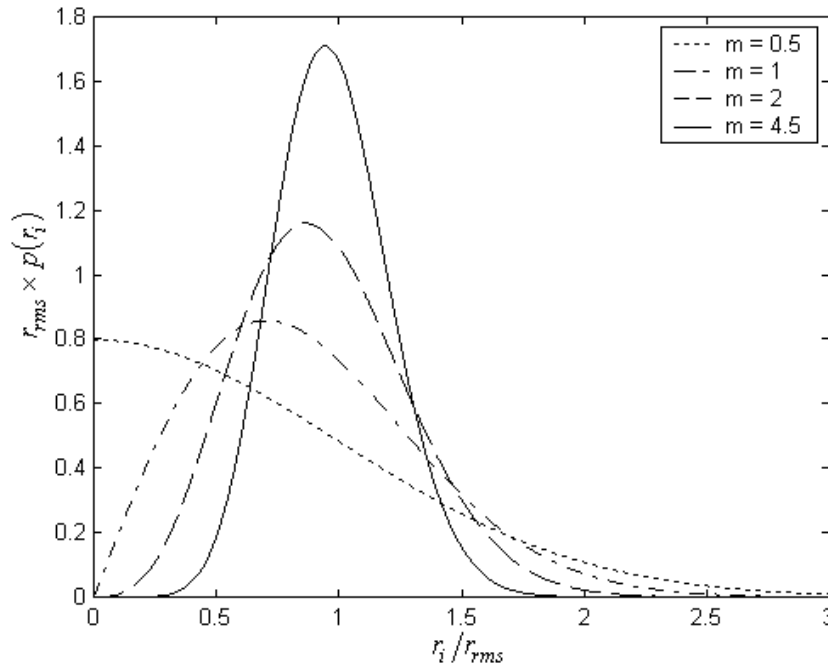


Figura 2.1: Função densidade de probabilidade da envoltória no ambiente Nakagami.

Pode-se notar na Figura 2.1 que a envoltória do sinal apresenta uma grande variância em torno do seu valor rms para baixos valores de m (por exemplo, $m = 0.5$) e tende a se concentrar em torno do valor rms ($r/r_{rms} = 1$) à medida que m aumenta (por exemplo, $m = 4.5$).

A densidade de Nakagami ainda se relaciona de forma aproximada com a de Rice [4] através de uma relação que associa o parâmetro de Rice k (a razão entre as potências do sinal de linha de visada e sinais indiretos) com o parâmetro m de Nakagami. Para o caso particular $m = 1$ (equivalente a $k = 0$) ambas as densidades se deterioram para o caso Rayleigh; para casos em que $m > 1$

(equivalente a $k > 0$) as duas densidades apenas se aproximam. O caso $1/2 < m < 1$ não é coberto pelas estatísticas de Rice.

2.2.2 Estatísticas da Relação Sinal-Ruído do Sinal Rádio Móvel

Na análise dos métodos de combinação de diversidade será feito o uso das estatísticas de Nakagami em termos da relação sinal-ruído. Seja γ_i a razão entre a potência do sinal e a potência média do ruído, então

$$\gamma_i = \frac{\text{potência do sinal}}{\text{potência média do ruído}} = \frac{r_i^2/2}{N} \quad (2.7)$$

A modelagem estatística da potência do sinal é análoga à modelagem estatística da relação sinal-ruído, sendo a potência do sinal de rádio móvel dada por $w_i \equiv r_i^2/2$. O valor médio da relação sinal-ruído é dada por

$$\gamma_0 = \frac{r_{rms}^2}{2N} \quad (2.8)$$

enquanto que o valor médio da potência do sinal é dado por $w_0 = r_{rms}^2/2$.

A função de densidade de probabilidade $p(\gamma_i)$ da relação sinal-ruído γ_i de um sinal Nakagami pode ser obtida diretamente de (2.1) através de uma simples transformação de variáveis $p(\gamma_i)d\gamma_i = p(r_i)dr_i$, sendo dada por

$$p(\gamma_i) = \frac{m^m}{\Gamma(m)} \frac{\gamma_i^{m-1}}{\gamma_0^m} \exp\left(-\frac{m\gamma_i}{\gamma_0}\right) \quad (2.9)$$

onde γ_0 é a média da relação sinal-ruído. A variância desta relação é obtida diretamente de (2.9), calculada como

$$\text{Var}(\gamma_i) = \left[\frac{1}{m^2} \frac{\Gamma(m+2)}{\Gamma(m)} - 1 \right] (\gamma_0)^2 \quad (2.10)$$

Após algumas manipulações matemáticas, a função de distribuição de probabilidade correspondente $P(\gamma_i)$ é obtida, a partir de (2.9), como

$$P(\gamma_i) = \frac{\Gamma(m, m\gamma_i / \gamma_0)}{\Gamma(m)} \quad (2.11)$$

Na Figura 2.2 apresenta-se a função densidade de probabilidade da relação sinal-ruído, expressa por (2.9), para diferentes parâmetros m de Nakagami.

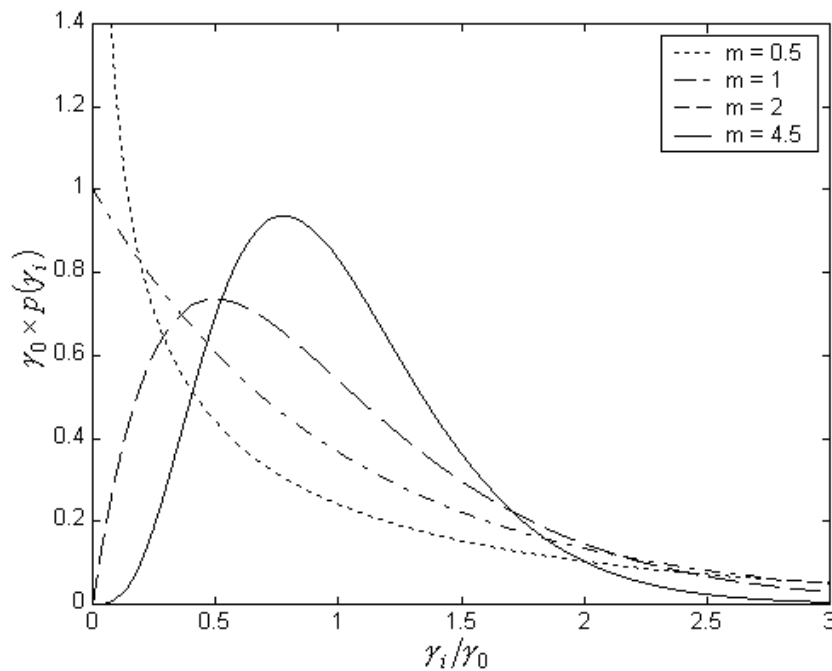


Figura 2.2: Função densidade de probabilidade da relação sinal-ruído no Ambiente Nakagami

Assim como na Figura 2.1, nota-se na Figura 2.2 que a medida que o canal apresenta um menor desvanecimento (m maior) a relação sinal-ruído tende a apresentar uma menor variabilidade em torno do seu valor médio ($\gamma/\gamma_0 = 1$).

2.2.3 Estatísticas de Nakagami Normalizadas

Na análise de certos métodos de combinação é interessante usar as estatísticas de Nakagami normalizadas. Faz-se uso nos capítulos seguintes da função de densidade de probabilidade $p(u_i)$ da envoltória normalizada $u_i = r_i/\sqrt{w_0}$ no ramo i , onde r_i é a envoltória do sinal no ramo i e w_0 é a potência média (considerada igual para todos os ramos). A função $p(u_i)$ pode ser obtida diretamente de (2.1) através de uma transformação de variáveis $p(u_i)|du_i| = p(r_i)|dr_i|$, de modo que

$$p(u_i) = \frac{m^m}{2^{m-1}\Gamma(m)} u_i^{2m-1} \exp\left(-\frac{mu_i^2}{2}\right) \quad (2.12)$$

A função de distribuição de probabilidade $P(u_i)$ correspondente é

$$P(u_i) = \frac{\Gamma(m, mu_i^2/2)}{\Gamma(m)} \quad (2.13)$$

Também será utilizada a função de densidade de probabilidade $p(\alpha_i)$ da relação sinal-ruído normalizada $\alpha_i = \gamma_i/\gamma_0$ no ramo i , onde γ_i é a relação sinal-ruído do sinal no ramo i e γ_0 é o valor SNR médio em cada ramo. A densidade normalizada $p(\alpha_i)$ é obtida através de uma transformação de variáveis em (2.9), de forma que

$$p(\alpha_i) = \frac{m^m}{\Gamma(m)} \alpha_i^{m-1} \exp(-m\alpha_i) \quad (2.14)$$

A função de distribuição de probabilidade $P(\alpha_i)$ correspondente é dada por

$$P(\alpha_i) = \frac{\Gamma(m, m\alpha_i)}{\Gamma(m)} \quad (2.15)$$

2.2.4 Estatísticas da Derivada da Envolvória do Sinal Rádio Móvel

Nakagami propôs sua distribuição de forma empírica, baseando-se em medidas de campo. Só recentemente foi proposto um modelo físico que dá luz ao entendimento do fenômeno físico envolvido, levando à fórmula de Nakagami de forma simples [7]. Segundo este modelo, o sinal Nakagami r_i corresponde a

$$r_i^2 = \begin{cases} r_g^2 + \sum_{j=1}^{(n-1)/2} r_j^2 & \text{caso } n \text{ ímpar} \\ \sum_{j=1}^{n/2} r_j^2, & \text{caso } n \text{ par} \end{cases} \quad (2.16)$$

sendo que r_g é uma variável Gaussiana semi positiva, r_j 's são envolvórias distribuídas segundo Rayleigh e $n = 2m$, onde m é o grau de desvanecimento de Nakagami (múltiplo de 0.5) e n um número inteiro qualquer. Ou seja, o modelo sugere que a potência de um sinal Nakagami é igual ao somatório de $n = 2m$ sinais Gaussianos.

Através de uma análise baseada na derivada de (2.16) conclui-se que [7]: 1) um sinal Nakagami r_i e sua derivada \dot{r}_i são variáveis aleatórias independentes ($p(\dot{r}_i, r_i) = p(\dot{r}_i) \times p(r_i)$) e 2) a função de densidade de probabilidade $p(\dot{r}_i)$ da derivada no tempo de uma envolvória Nakagami \dot{r}_i é uma distribuição Gaussiana

$$p(\dot{r}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\dot{\sigma}_i}} \exp\left(-\frac{\dot{r}_i^2}{2\dot{\sigma}_i}\right) \quad (2.17)$$

onde $\dot{\sigma}_i = \sigma_i \beta v / \sqrt{2}$ ($\sigma_i^2 = r_{rms}^2 / 2m$ é a variância de um sinal Nakagami) e $\beta v = 2\pi f_m$ é o deslocamento Doppler máximo dado em rad/s (f_m é o deslocamento Doppler máximo dado em Hertz). Este resultado é muito interessante por estas duas características também se apresentarem nas distribuições de Rayleigh e Rice [7].

2.3 Métodos de Combinação

Estudam-se nesta Tese os seis métodos de combinação de diversidade mais conhecidos, que são divididos em três grupos segundo seus princípios de operação: combinação por seleção, combinação por adição e métodos híbridos.

Nos métodos de combinação por seleção, somente um dos M sinais de entrada é usado por instante de tempo, sendo este selecionado segundo algum critério. Desta forma,

$$r = \text{um dentre } \{r_1, r_2, \dots, r_M\} \quad (2.18)$$

onde r é a envoltória resultante do método de combinação e r_i , $i = 1, \dots, M$, são as envoltórias dos sinais de entrada. As técnicas pertencentes a este grupo são a Combinação por Seleção Pura (CSP) e a Combinação por Seleção por Limiar (CSL).

Na combinação por adição, o sinal resultante é uma combinação linear dos sinais recebidos

$$r = \sum_{i=1}^M a_i r_i \quad (2.19)$$

onde a_i são os ganhos de cada ramo de diversidade, e são definidos segundo as técnicas deste grupo, que são a Combinação por Ganho Igual (CGI) e a Combinação por Razão Máxima (CRM).

Os esquemas híbridos efetuam a combinação em dois passos [8,9]: 1) seleciona-se os l sinais que apresentam as maiores envoltórias (maiores SNRs) dentre os M sinais de entrada e 2) efetua-se a combinação dos l sinais segundo os métodos CGI ou CRM. Pode se modelar estes esquemas como

$$r = \sum_{i=1}^l a_i r_i, \text{ sendo que } \{r_1, \dots, r_l\} \text{ são os melhores sinais dentre } \{r_1, \dots, r_M\} \quad (2.20)$$

onde a_i são os ganhos de cada ramo de diversidade segundo as técnica CGI ou CRM, definindo, respectivamente, os métodos Seleção/Ganho Igual (SGI) e Seleção/Razão Máxima (SRM).

O estudo destes métodos de combinação considera um número genérico M de sinais de entrada, exceto no método de Seleção por Limiar, onde considera-se apenas 2 ramos.

2.3.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)

Neste método de combinação, os sinais recebidos são monitorados continuamente de maneira que o melhor sinal seja sempre selecionado, como pode ser observado no diagrama da Figura 2.3. Na teoria o critério de seleção é a relação sinal-ruído, mas na prática esta seleção é difícil de ser feita e acaba-se por selecionar o ramo com maior sinal+ruído. Esta técnica é ilustrada na Figura 2.4.

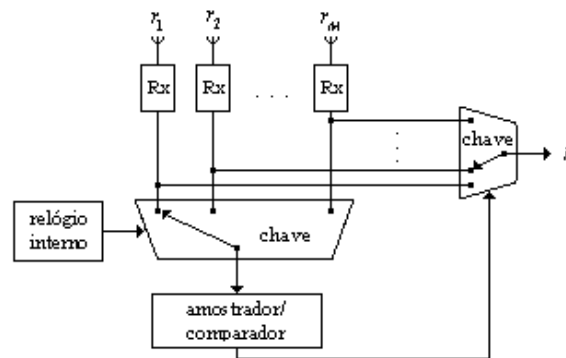


Figura 2.3 - Diagrama de blocos da Combinação por Seleção Pura [1]

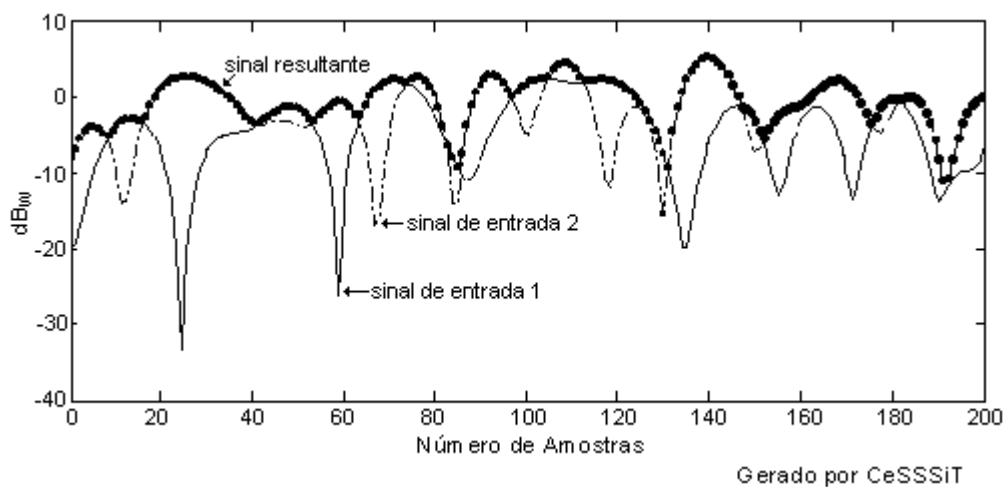


Figura 2.4 – Envoltória resultante do uso da Combinação por Seleção Pura com $M = 2$ ramos [10]

As limitações deste método são que cada ramo tem que ter o seu próprio receptor e que os sinais devem ser monitorados a uma taxa maior do que a ocorrência dos desvanecimentos.

2.3.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)

Como visto no item anterior, o método de Seleção Pura não é prático uma vez que são necessário M receptores e uma alta taxa de monitoração em cada ramo, aumentando assim a complexidade e o custo do equipamento. Uma alternativa mais prática é a Seleção por Limiar. Neste método faz-se uma varredura seqüencial nos sinais recebidos, e usa-se o primeiro sinal encontrado com um nível de potência maior do que determinado limiar. Enquanto este sinal estiver acima do limiar, o sinal selecionado permanece na saída do combinador; e quando este cai abaixo do limiar, o processo de varredura é reiniciado. Este funcionamento é descrito pelo diagrama de blocos da Figura 2.5.

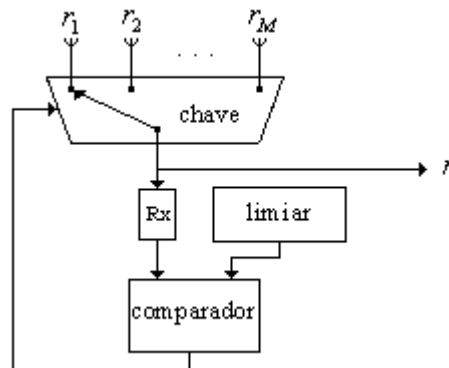


Figura 2.5 - Diagrama de blocos da Combinação por Seleção por Limiar [1]

O limiar pode ser fixo ou variável, envolvendo o conhecimento do valor médio do sinal. O melhor desempenho deste método é obtido quando o limiar é próximo da média do sinal. Neste trabalho é assumido um limiar fixo e o uso de somente 2 ramos segundo a estratégia “*switch and stay*”, isto é, no instante da troca do sinal o segundo sinal é sempre selecionado independentemente do seu nível de potência. A simulação apresentada na Figura 2.6 descreve os princípios de operação da estratégia adotada.

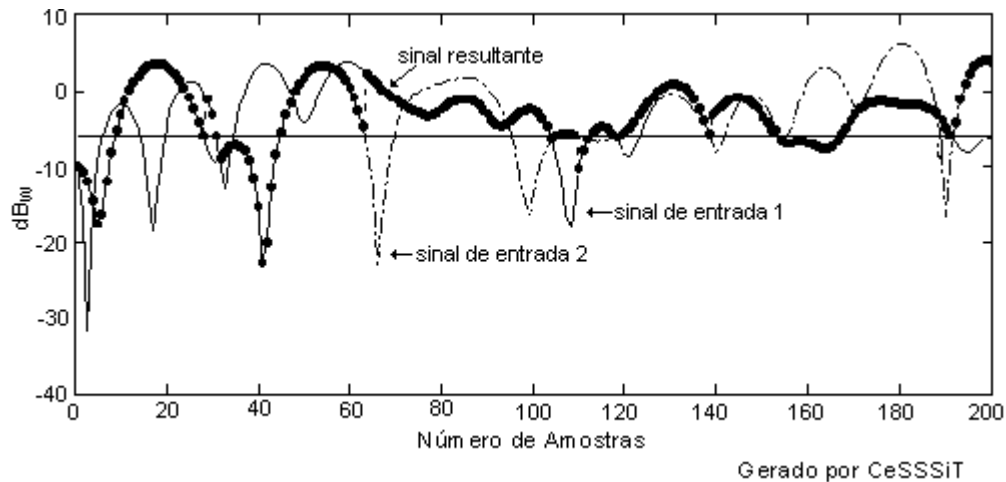


Figura 2.6 – Envoltórias resultantes do uso da Combinação por Seleção por Limiar [10]

Outra possível estratégia seria a “*switch and examine*”, na qual o novo sinal selecionado só é mantido como a saída do combinador caso exceda o limiar (caso seja menor que o limiar, o sinal de saída volta a ser o sinal anteriormente usado). A primeira estratégia tem a desvantagem de o sinal da saída poder ficar um tempo maior abaixo do limiar, e a última estratégia tem a desvantagem de uma possível geração de ruído com o rápido chaveamento entre os dois sinais quando estes estiverem abaixo do limiar, que pode levar o método de combinação a instabilidade.

2.3.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)

Os métodos de combinação por adição são uma opção para evitar a dificuldade de implementação da CSP e, como será visto no próximo capítulo, evitar a fraca performance da CSL. Nesta técnica, o sinal resultante corresponde a soma coerente dos sinais de entrada (havendo, por outro lado, uma soma incoerente dos ruídos de cada ramo). Como representado na Figura 2.7, os sinais recebidos precisam passar por um circuito de cofaseamento antes da combinação, em contraste com os métodos de chaveamento apresentados anteriormente.

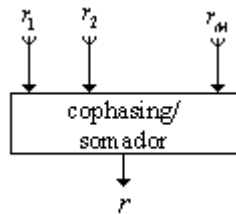


Figura 2.7 - Diagrama de blocos do Ganho Igual [1]

A implementação desta técnica é relativamente simples ao usar somente um circuito somador “*phase-lock*” para somar os M sinais de entrada. Na Figura 2.8 apresenta-se uma simulação que ilustra este método.

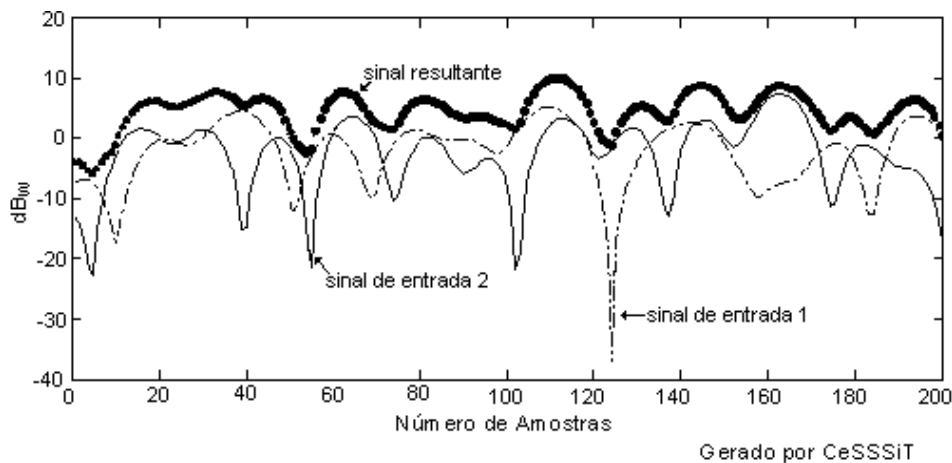


Figura 2.8 – Envoltória resultante do uso da Combinação por Ganho Igual com $M = 2$ ramos [10]

2.3.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)

Neste método, os M sinais de entrada são somados de forma ponderada, com cada sinal tendo um ganho proporcional a própria relação sinal-ruído. De [1,2] tem-se que a SNR resultante é maximizada quando os ganhos a_i são iguais à razão entre a tensão do sinal e a potência do ruído do ramo correspondente, sendo este o procedimento adotado pelo CRM. Com isto, este combinador corresponde ao limite máximo teórico do ganho que se pode obter com o uso de diversidade. A Figura 2.9 representa este método.

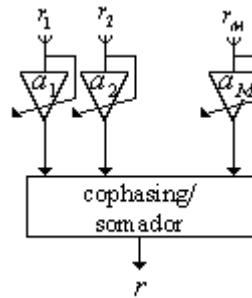


Figura 2.9 - Diagrama de blocos da Combinação por Razão Máxima [1]

Uma possível ilustração desta técnica pode ser observada na Figura 2.10.

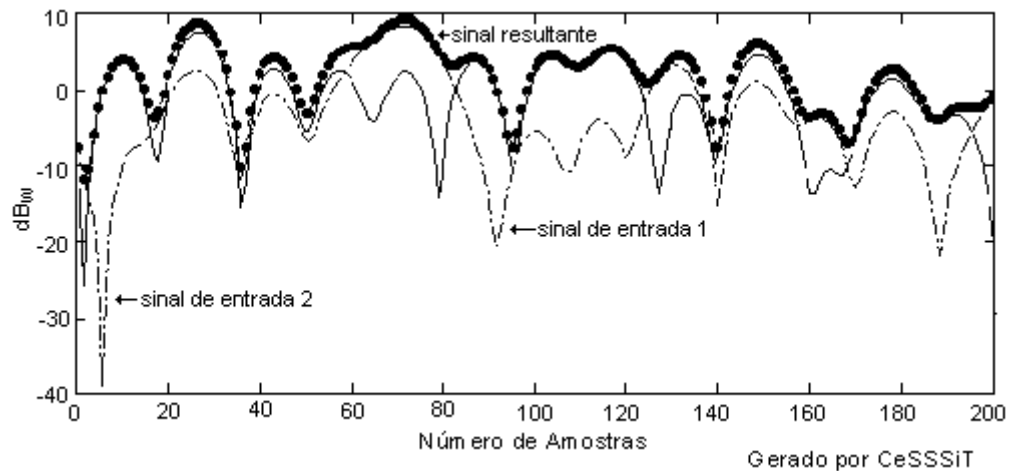


Figura 2.10 – Envoltória resultante do uso da Combinação por Razão Máxima com $M = 2$ ramos [10]

A performance ideal da CRM não é obtida em sistemas práticos devido a erros na estimativa dos ganhos de cada ramo. A exatidão desta estimativa é uma função da relação sinal-ruído e do número de símbolos usados [11]. Uma maneira mais simples de se implementar uma política de adição de sinais é a CGI, em que os ganhos de cada ramo são unitários. Além disso, a CGI apresenta uma performance próxima ao máximo teórico em certas situações, como será visto no próximo capítulo.

Recentes avanços na área de Processamento Digital de Sinais resultaram em um maior uso desta técnica em sistemas atuais, implementados em receptores RAKE e com *arrays* de antenas.

2.3.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)

Os métodos SGI e SRM foram recentemente propostos em [8,9] com o objetivo de obter um método de combinação que apresentasse o bom desempenho dos métodos baseados na adição de sinais mas através de um receptor de mais fácil implementação. Esta maior facilidade foi obtida com a introdução de um primeiro estágio que seleciona os l sinais com maior amplitude (ou relação sinal-ruído) dentre os M ramos de diversidade. No método SGI, os sinais selecionados são então combinados segundo a política CGI. A maior facilidade de implementação está no fato de somar-se um número menor de sinais, apesar da introdução do estágio de seleção. O diagrama de blocos correspondente ao SGI é apresentado na Figura 2.11.

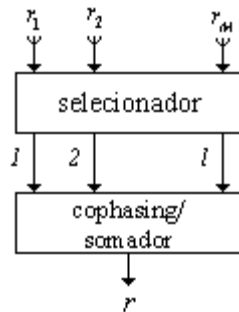


Figura 2.11 - Diagrama de blocos da Seleção/Ganho Igual

2.3.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)

Este método de combinação constitui de um processo de seleção dos sinais de maior amplitude (ou relação sinal-ruído) seguido de um combinador Razão Máxima que faz a combinação dos sinais selecionados. Como o processo de estimativa do canal é muito custoso, o ganho obtido ao se fazer menos estimativas (l ao invés de M) é maior do que o custo adicionado pela adição do estágio de seleção. Na Figura 2.12 temos o esquema de funcionamento deste método.

A presença do estágio de seleção leva a uma grande dificuldade na formulação dos métodos híbridos, de forma que as formulações apresentadas a estes métodos usualmente consideram apenas casos específicos de números de ramos e/ou grau de desvanecimento do canal.

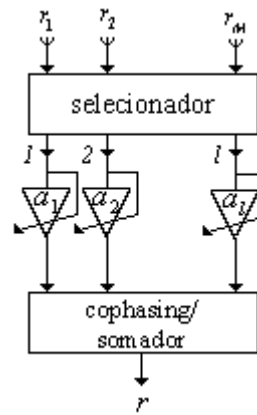


Figura 2.12 - Diagrama de blocos da Seleção/Razão Máxima

2.4 Conclusão

Neste capítulo foram introduzidos a modelagem do canal e os métodos de combinação estudados nesta Tese. O sinal de rádio móvel foi modelado através das estatísticas de Nakagami, pela caracterização da envoltória e da relação sinal-ruído por funções de distribuição e de densidade de probabilidade. A estatística da derivada da envoltória foi também apresentada para este ambiente.

Os princípios de funcionamento dos métodos de combinação de diversidade utilizados nesta trabalho foram descritos em detalhes. Estes foram divididos segundo seus princípios de funcionamento, que são: combinação por seleção (Combinação por Seleção Pura e por Limiar), combinação por adição (Combinação por Ganho Igual e por Razão Máxima) e métodos híbridos (Seleção/Ganho Igual e Seleção/Razão Máxima).

Capítulo 3

Métodos de Combinação de Diversidade em Ambiente Nakagami

3.1 Introdução

No capítulo anterior foram descritas algumas características das estatísticas de Nakagami que a tornam de grande interesse como modelo do canal rádio móvel. Vale destacar, dentre as características apresentadas, o bom ajuste de dados de campo, sua fácil manipulação e a descrição de uma solução para toda a figura de desvanecimento.

A formulação dos métodos de combinação de diversidade em um ambiente Rayleigh é amplamente encontrada na literatura [1,2,3]. Entretanto, as formulações que consideram este ambiente não apresentam toda a figura de desvanecimento, nem o pior caso. O objetivo deste capítulo é obter a confiabilidade para os métodos de combinação apresentados no capítulo anterior considerando um ambiente Nakagami. O resultado deste estudo é uma caracterização que permite a análise destes métodos não somente em função do número de ramos de diversidade, mas também em função do grau de desvanecimento do canal.

Neste capítulo, serão formuladas a distribuição e a densidade de probabilidade da envoltória e da relação sinal-ruído dos sinais resultantes do uso dos diferentes métodos de combinação de diversidade. Obtém-se também o valor SNR médio para estes esquemas de combinação. A formulação aqui apresentada é a base para outras análises dos métodos de combinação, tais como a taxa de erro de bit e estatísticas de segunda ordem, que serão apresentadas nos capítulos seguintes.

3.2 Confiabilidade

Confiabilidade é a probabilidade que a SNR do sinal resultante do método de combinação exceda γ , sendo dada por $1 - P(\gamma)$, onde $P(\gamma)$ é a função de distribuição de probabilidade da SNR do sinal resultante da combinação. Neste item, obtém-se não só esta distribuição, mas também caracteriza-se a função de densidade de probabilidade da SNR e as estatísticas da envoltória. Estas formulações são obtidas para uma condição genérica de desvanecimento e para um número M qualquer de sinais de entrada – exceto no método de Seleção por Limiar, onde são considerados apenas 2 ramos.

3.2.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)

Considerando um seletor ideal, em que o melhor sinal está sempre presente na saída do combinador, a probabilidade de que as SNRs de todos os M sinais de entrada estejam simultaneamente menores ou iguais a uma determinada SNR γ – lembrando que os sinais são considerados independentes – é dada pelo produto das distribuições de cada um dos sinais de entrada (2.11). Desta forma,

$$P_{CSP}(\gamma) = \text{prob}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M \leq \gamma) = \left[\frac{\Gamma(m, m\gamma/\gamma_0)}{\Gamma(m)} \right]^M \quad (3.1)$$

A função de densidade correspondente pode ser obtida pela derivada da equação anterior. A derivada de uma função Gama Incompleta é obtida pela equação (6.5.25) de [12], de forma que a densidade da SNR para este método é

$$p_{CSP}(\gamma) = \frac{Mm^m}{\Gamma^M(m)} \frac{\gamma^{m-1}}{\gamma_0^m} \exp\left(-m\frac{\gamma}{\gamma_0}\right) \Gamma^{M-1}(m, m\gamma/\gamma_0) \quad (3.2)$$

A função de densidade de probabilidade da envoltória do sinal resultante de uma CSP pode ser obtida diretamente de (3.2), lembrando que $\gamma = r^2/2N$ e $\gamma_0 = r_{rms}^2/2N$, sendo dada por

$$p_{CSP}(r) = \frac{2Mm^m r^{2m-1}}{\Gamma^M(m) r_{rms}^{2m}} \exp\left(-m \frac{r^2}{r_{rms}^2}\right) \Gamma^{M-1}\left(m, mr^2/r_{rms}^2\right) \quad (3.3)$$

A distribuição de probabilidade da envoltória resultante r pode ser obtida de forma análoga a (3.1), ao obter a probabilidade de que as envoltórias de todos os M sinais de entrada estejam simultaneamente menores ou iguais a uma determinada amplitude r . Esta probabilidade é dada pelo produto das distribuições de cada um dos sinais de entrada (2.6), de modo que a distribuição da envoltória é dada por

$$P_{CSP}(r) = \text{prob}(r_1, r_2, \dots, r_M \leq r) = \left[\frac{\Gamma(m, mr^2/r_{rms}^2)}{\Gamma(m)} \right]^M \quad (3.4)$$

3.2.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)

A dedução da função de distribuição de probabilidade para este método é análoga a do ambiente Rayleigh [1]. A distribuição da SNR, considerando um dado limiar γ_T , é dada por

$$P_{CSL}(\gamma) = \begin{cases} (1+q)P(\gamma) - q, & \gamma \geq \gamma_T \\ qP(\gamma) & , \gamma < \gamma_T \end{cases} \quad (3.5)$$

onde $P(\gamma)$ é a distribuição de um sinal Nakagami dada por (2.11) – sem o índice i – e q – a probabilidade de ocorrer uma transição sem sucesso (o novo sinal selecionado também é menor que o limiar) – é igual a

$$q = P(\gamma_i = \gamma_T) = \frac{\Gamma(m, m\gamma_T/\gamma_0)}{\Gamma(m)} \quad (3.6)$$

Pode ser de interesse obter a densidade de probabilidade da SNR na saída da CSL. Realizando a derivada de sua distribuição (3.5), obtém-se a densidade como

$$p_{CSL}(\gamma) = \begin{cases} (1+q)p(\gamma), & \gamma \geq \gamma_T \\ qp(\gamma) & , \gamma < \gamma_T \end{cases} \quad (3.7)$$

onde $p(\gamma)$ e q foram definidos anteriormente em (2.9) e (3.6).

É importante notar que para um limiar muito baixo (como $\gamma_T = 0$) ou muito alto ($\gamma_T \rightarrow \infty$), as fórmulas deterioram para aquelas de um sinal Nakagami (sem diversidade), como esperado.

A modelagem da envoltória para este método segue uma formulação análoga à apresentada para as estatísticas da relação sinal-ruído. A distribuição de probabilidade da envoltória é dada por

$$P_{CSL}(r) = \begin{cases} (1+q)P(r) - q, & r \geq r_T \\ qP(r) & , r < r_T \end{cases} \quad (3.8)$$

e a função de densidade de probabilidade correspondente

$$p_{CSL}(r) = \begin{cases} (1+q)p(r), & r \geq r_T \\ qp(r) & , r < r_T \end{cases} \quad (3.9)$$

Nas duas equações anteriores, $p(r)$ e $P(r)$ são dadas, respectivamente, por (2.1) e (2.6) – sem o índice i – e o parâmetro q – a probabilidade de ocorrer uma transição sem sucesso (o novo sinal selecionado também é menor que o limiar) – é igual a

$$q = P(r_i = r_T) = \frac{\Gamma(m, mr_T^2 / r_{rms}^2)}{\Gamma(m)} \quad (3.10)$$

3.2.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)

Neste método de combinação, os sinais recebidos com envoltórias r_i , $i = 1, 2, \dots, M$, são colocados em mesma fase e somados, de forma que a envoltória na saída do combinador seja

$$r = \sum_{i=1}^M r_i / \sqrt{M} \quad (3.11)$$

Logo, a relação sinal-ruído na saída deste combinador é dada por

$$\gamma = \frac{r^2}{2N} = \frac{\left(\sum_{i=1}^M r_i \right)^2}{2NM} \quad (3.12)$$

Pode-se observar em (3.11) que a função de densidade de probabilidade da envoltória resultante é igual à função de densidade de um somatório de envoltórias Nakagami. A procura pela densidade desta soma de variáveis aleatórias data da época de Lorde Rayleigh, para desvanecimento do tipo Rayleigh, e até os dias atuais não foi encontrada uma solução fechada tanto para o caso Rayleigh quanto para o Nakagami. É contribuição deste trabalho uma formulação *exata e geral* para as estatísticas do somatório de envoltórias Nakagami, o que corresponde a uma solução *exata e geral* para a Combinação por Ganho Igual. Esta formulação baseia-se nos estudos de Brennan [13], onde é desenvolvido um método numérico para o caso Rayleigh através da uma convolução M dimensional da densidade de cada variável aleatória.

É interessante trabalhar neste método com as envoltórias normalizadas de Nakagami u_i , definidas anteriormente como $u_i = r_i / \sqrt{w_0}$. Ao dividir os dois lados de (3.11) por $\sqrt{w_0}$ e ao definir uma versão normalizada u da envoltória resultante deste método tal que $u = r \sqrt{M / w_0}$, a relação (3.11) reduz-se para

$$u = \sum_{i=1}^M u_i \quad (3.13)$$

Com a formulação da densidade de probabilidade de u , as estatísticas da envoltória e relação sinal-ruído são obtidas diretamente por meio de simples transformações de variáveis. A dificuldade agora reside em como obter a densidade de u .

Considerando que os sinais de entrada u_i , $i = 1, 2, \dots, M$, sejam independentes, a função de densidade de probabilidade conjunta $p(u_1, \dots, u_M)$ destes sinais é dada pelo produto de suas densidades, dadas por (2.12), de modo que

$$p(u_1, \dots, u_M) = \prod_{i=1}^M p(u_i) = \left(\frac{m^m}{2^{m-1} \Gamma(m)} \right)^M (u_1 \dots u_M)^{2m-1} \exp\left(-\frac{m(u_1^2 + \dots + u_M^2)}{2} \right) \quad (3.14)$$

Segundo o raciocínio de Brennan [13], baseado em uma abordagem geométrica, a função de distribuição de probabilidade na saída do combinador é dada pela integração de (3.14) no volume limitado pelo hiperplano $u_1 + u_2 + \dots + u_M = u$. Começando com um caso simples, sem perda de generalidade, em que 2 sinais de entrada u_1 e u_2 definem um sinal u , tal que $u = u_1 + u_2$, a distribuição de probabilidade de u pode ser obtida a partir da função de densidade conjunta $p(u_1, u_2)$ através de

$$P(u = u_1 + u_2) = Prob\{u \leq u_1 + u_2\} = \int_0^u \int_0^{u-u_2} p(u_1, u_2) du_1 du_2 \quad (3.15)$$

ou seja, faz-se a integração da região hachurada na Figura 3.1.

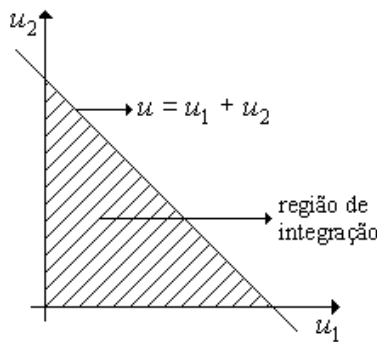


Figura 3.1: Região de Integração.

Como deseja-se obter a probabilidade de que $u \leq u_1 + u_2$, a integral interna define a probabilidade de termos $0 \leq u_1 \leq (u - u_2)$ e a segunda, de $0 \leq u_2 \leq u$. Com a combinação destas duas integrais, calcula-se a probabilidade $0 \leq u \leq u_1 + u_2$ (como pode ser visto ao somar as duas desigualdades $0 \leq u_1 \leq (u - u_2)$ e $0 \leq u_2 \leq u$). Outra solução possível seria integrar primeiramente a densidade conjunta em relação a u_2 , com $0 \leq u_2 \leq (u - u_1)$, e depois com relação a u_1 , fazendo $0 \leq u_1 \leq u$.

Já a densidade de probabilidade, ainda considerando o caso de 2 sinais, é obtida através de

$$p(u = u_1 + u_2) = \int_0^u p(u_1 = u - u_2, u_2) du_2 \quad (3.16)$$

Ao definir $u_1 = u - u_2$ faz-se com que a densidade conjunta fique em função de u (desejado) e u_2 . Para eliminar u_2 , integra-se a equação resultante em todo o domínio de u_2 , ou seja, $0 \leq u_2 \leq u$.

A distribuição (3.15) e a densidade (3.16) podem ser generalizadas para um número arbitrário de ramos M , de modo que a função de distribuição de probabilidade para a envoltória normalizada $u = \sum_{i=1}^M u_i$, onde u_i são envoltórias Nakagami normalizadas, é dada por

$$P(u) = \int_0^u \int_0^{u-u_M} \dots \int_0^{u-\sum_{i=3}^M u_i} \int_0^{u-\sum_{i=2}^M u_i} p(u_1, \dots, u_M) du_1 du_2 \dots du_{M-1} du_M \quad (3.17)$$

e a função de densidade de probabilidade é obtida através da derivada de (3.17) tal que

$$p(u) = \int_0^u \int_0^{u-u_M} \dots \int_0^{u-\sum_{i=3}^M u_i} p\left(u_1 = u - \sum_{i=2}^M u_i, \dots, u_M\right) du_2 \dots du_{M-1} du_M \quad (3.18)$$

Nas duas equações anteriores a função de densidade conjunta é dada por (3.14). Vale lembrar que a variável u é igual a soma de envoltórias normalizadas de Nakagami u_i .

Com a definição da envoltória normalizada ($u_i = r_i / \sqrt{w_0}$) e com as relações (3.11) e (3.13), tem-se que a envoltória normalizada u se relaciona com a envoltória do sinal resultante do CGI por

$$u = \sqrt{2M} \frac{r}{r_{rms}} \quad (3.19)$$

Finalmente, com a igualdade (3.19) e com a distribuição (3.17), a função de distribuição de probabilidade da envoltória do sinal resultante da CGI é obtida como

$$P_{CGI}(r) = \int_0^a \int_0^{a-u_M} \dots \int_0^{a-\sum_{i=3}^M u_i} \int_0^{a-\sum_{i=2}^M u_i} p(u_1, \dots, u_M) du_1 du_2 \dots du_{M-1} du_M \quad (3.20)$$

com $a = \sqrt{2M} r/r_{rms}$ e $p(u_1, \dots, u_M)$ dada por (3.14) – as variáveis u_i passam a ser simples variáveis de integração. E a função de densidade de probabilidade da envoltória do sinal resultante do CGI é obtida como

$$p_{CGI}(r) = \frac{\sqrt{2M}}{r_{rms}} \int_0^a \int_0^{a-u_M} \dots \int_0^{a-\sum_{i=3}^M u_i} p\left(u_1 = a - \sum_{i=2}^M u_i, \dots, u_M\right) du_2 \dots du_{M-1} du_M \quad (3.21)$$

com $a = \sqrt{2M} r/r_{rms}$ e $p(u_1, \dots, u_M)$ dada por (3.14).

Através de (3.12) e (3.19) obtém-se a relação entre a envoltória normalizada u e a relação sinal-ruído γ na saída do CGI, expressa por

$$u = \sqrt{2M \frac{\gamma}{\gamma_0}} \quad (3.22)$$

Com a relação (3.22) e com a distribuição (3.17), a função de distribuição de probabilidade da relação sinal-ruído do sinal resultante do CGI pode ser obtida como

$$P_{CGI}(\gamma) = \int_0^v \int_0^{v-u_M} \dots \int_0^{v-\sum_{i=3}^M u_i} \int_0^{v-\sum_{i=2}^M u_i} p(u_1, \dots, u_M) du_1 du_2 \dots du_{M-1} du_M \quad (3.23)$$

com $v = \sqrt{2M \gamma/\gamma_0}$ e $p(u_1, \dots, u_M)$ dada por (3.14). E a função de densidade de probabilidade da relação sinal-ruído do sinal resultante do CGI é dada por

$$p_{CGI}(\gamma) = \sqrt{\frac{M}{2\gamma\gamma_0}} \int_0^v \int_0^{v-u_M} \dots \int_0^{v-\sum_{i=3}^M u_i} p\left(u_1 = v - \sum_{i=2}^M u_i, \dots, u_M\right) du_2 \dots du_{M-1} du_M \quad (3.24)$$

onde $v = \sqrt{2M\gamma/\gamma_0}$ e $p(u_1, \dots, u_M)$ é dada por (3.14).

Como pode ser observado, a formulação aqui descrita é *exata* e válida para um número arbitrário de ramos em um ambiente genérico Nakagami. Devido à dificuldade de obtenção da estatística de um somatório de variáveis aleatórias Nakagami, este método é usualmente analisado por meio de aproximações ou simulações. A modelagem mais usada para este método foi apresentada por Beaulieu [14], e é uma formulação aproximada, de difícil implementação por constituir-se de séries infinitas convergentes e válida somente para valores inteiros de m .

3.2.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)

Na Combinação por Razão Máxima, o sinal em cada ramo é convenientemente multiplicado por um ganho de modo a maximizar a SNR resultante. Neste caso, a SNR do sinal resultante γ é dado pela soma das SNRs individuais γ_i como

$$\gamma = \sum_{i=1}^M \gamma_i \quad (3.25)$$

A função de densidade de probabilidade de γ é obtida através da convolução das densidades de γ_i , dadas por (2.9). Para isso, é conveniente obter a transformada de Laplace desta densidade, que é igual a

$$P(s) = \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \frac{1}{(s + m/\gamma_0)^m} \quad (3.26)$$

A função de densidade de probabilidade correspondente ao somatório das M variáveis aleatórias é dada pela convolução de suas densidades de probabilidade, que no domínio transformado

corresponde a multiplicação de suas transformadas. Fazendo a anti-transformada do resultado desta multiplicação, calcula-se a função de densidade de probabilidade da SNR na saída da CRM como

$$p_{CRM}(\gamma) = \frac{m^{mM}}{\Gamma(mM)} \frac{\gamma^{mM-1}}{\gamma_0^{mM}} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\gamma_0}\right) \quad (3.27)$$

A função de distribuição de probabilidade pode ser obtida diretamente da equação anterior, de modo que

$$P_{CRM}(\gamma) = \frac{\Gamma(mM, m\gamma/\gamma_0)}{\Gamma(mM)} \quad (3.28)$$

A função de densidade de probabilidade da envoltória resultante é obtida através de uma transformação de variáveis $p(r)|dr| = p(\gamma)|d\gamma|$ em (3.27), lembrando que $\gamma = r^2/2N$ e $\gamma_0 = r_{rms}^2/2N$, sendo dada por

$$p_{CRM}(r) = \frac{2m^{mM}}{\Gamma(mM)} \frac{r^{2mM-1}}{r_{rms}^{2mM}} \exp\left(-\frac{mr^2}{r_{rms}^2}\right) \quad (3.29)$$

A distribuição correspondente é

$$P_{CRM}(r) = \frac{\Gamma(mM, mr^2/r_{rms}^2)}{\Gamma(mM)} \quad (3.30)$$

3.2.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)

O esquema SGI envolve dois processos, 1) seleção de l sinais dentre os L sinais de entrada e 2) combinação dos sinais escolhidos segundo o combinador Ganho Igual.

Nas técnicas de combinação híbridas também será de interesse trabalhar com variáveis normalizadas. No processo de seleção, os l sinais com as maiores amplitudes dentre os L sinais de entrada são escolhidos. Considerando que todos os ramos possuem a mesma potência média w_0 , pode-se afirmar que o processo de seleção escolhe os sinais com maiores envoltórias normalizadas u_i . A função de densidade de probabilidade conjunta dos sinais escolhidos é dada por [15]

$$p(u_1, \dots, u_l) = l! \binom{M}{l} [P(u_l)]^{M-l} \prod_{i=1}^l p(u_i) \quad \text{com } u_1 \geq \dots \geq u_l \geq 0 \quad (3.31)$$

com $p(u_i)$ dada por (2.12) e $P(u_l)$ – com o índice l substituindo o índice i – por (2.13). É importante notar que a restrição $u_1 \geq \dots \geq u_l \geq 0$ faz com que as variáveis u_i sejam dependentes entre si.

Estes l sinais são então combinados como no CGI de forma que a envoltória resultante seja $r = \sum_{i=1}^l r_i / l$, ou em sua versão normalizada $u = \sum_{i=1}^l u_i$. O procedimento para obter as funções de densidade e de distribuição é o mesmo utilizado para a CGI, com exceção dos limites de integração que agora são confinados pelo volume definido não só por $u = \sum_{i=1}^l u_i$ mas também por $u_1 \geq \dots \geq u_l \geq 0$. Sabendo que a relação (3.19) é verdadeira – com l no lugar de M –, a partir da distribuição de u obtém-se a função de distribuição de probabilidade da envoltória do sinal resultante da SGI como

$$P_{SGI}(r) = \int_0^a \int_{u_l}^{a-u_l} \dots \int_{u_3}^{a-\sum_{i=3}^l u_i} \int_{u_2}^{a-\sum_{i=2}^l u_i} p(u_1, \dots, u_l) du_1 du_2 \dots du_{l-1} du_l \quad (3.32)$$

com $a = \sqrt{2l} r / r_{rms}$. E a função de densidade de probabilidade correspondente $p_{SGI}(r)$ é dada por

$$p_{SGI}(r) = \frac{\sqrt{2l}}{r_{rms}} \int_0^a \int_{u_l}^{a-u_l} \dots \int_{u_3}^{a-\sum_{i=3}^l u_i} p\left(u_1 = a - \sum_{i=2}^l u_i, \dots, u_l\right) du_2 \dots du_{l-1} du_l \quad (3.33)$$

com $a = \sqrt{2l} r/r_{rms}$ e com a função de densidade de probabilidade conjunta das duas últimas equações dada por (3.31).

A partir da densidade de probabilidade de u também podem-se calcular as estatísticas da relação sinal-ruído, sabendo que (3.22) – com l no lugar de M – ainda vale. Desta forma, a função de distribuição de probabilidade da relação sinal-ruído do SGI é calculada como

$$P_{SGI}(\gamma) = \int_0^v \int_{u_l}^{v-u_l} \dots \int_{u_3}^{v-\sum_{i=3}^l u_i} \int_{u_2}^{v-\sum_{i=2}^l u_i} p(u_1, \dots, u_l) du_1 du_2 \dots du_{l-1} du_l \quad (3.34)$$

com $v = \sqrt{2l} \gamma/\gamma_0$ e $p(u_1, \dots, u_M)$ dada por (3.31). E a função de densidade de probabilidade da relação sinal-ruído do sinal resultante da SGI é dada por

$$p_{SGI}(\gamma) = \sqrt{\frac{l}{2\gamma\gamma_0}} \int_0^v \int_{u_l}^{v-u_l} \dots \int_{u_3}^{v-\sum_{i=3}^l u_i} p\left(u_1 = v - \sum_{i=2}^l u_i, \dots, u_l\right) du_2 \dots du_{l-1} du_l \quad (3.35)$$

onde $v = \sqrt{2l} \gamma/\gamma_0$ e $p(u_1, \dots, u_M)$ dada por (3.31).

Para o caso particular em que $l=1$, as formulações apresentadas para a SGI – a saber, distribuições e densidades de probabilidades da envoltória ((3.32) e (3.33)) e relação sinal-ruído ((3.34) e (3.35)) – reduzem-se para aquelas da combinação CSP ((3.4), (3.3), (3.1) e (3.2), respectivamente). Do mesmo modo, para $l=M$, as estatísticas da SGI reduzem-se para aquelas obtidas para a CGI ((3.20), (3.21), (3.23) e (3.24), respectivamente). Apesar da forma da equação obtida ao se fazer $l=M$ nas formulações da SGI não ser a mesma das equações correspondentes da CGI, as duas formulações levam exatamente ao mesmo resultado. A razão para esta diferença é que na formulação da SGI com $l=M$, apesar de M dos M ramos serem selecionados, estes são ordenados segundo suas amplitudes, ou seja, apesar de todos os ramos serem selecionados, estes não são independentes por estarem ordenados. Enquanto que as formulações correspondentes ao CGI são obtidas considerando ramos independentes.

Consequentemente, todas as formulações derivadas destas estatísticas de primeira ordem da SGI, tais como a taxa de erro de bit e estatísticas de segunda ordem a serem realizadas nos próximos capítulos, reduzem para as da CSP quando $l=1$ e para as da CGI quando $l=M$.

3.2.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)

Assim como a SGI, a Combinação por Seleção/Razão Máxima envolve dois processos: 1) seleção de l sinais dentre os L sinais de entrada e 2) combinação dos sinais escolhidos segundo o combinador Razão Máxima.

No processo de seleção, os l sinais com as maiores relações sinal-ruído dentre os L sinais de entrada são escolhidos (isto corresponde a escolher os l sinais com maiores amplitudes, por considerar-se que todos os ramos apresentam o mesmo ruído médio γ_0). Pode-se também afirmar que o processo de seleção escolhe os sinais com maiores relações sinal-ruído normalizadas $\alpha_i = \gamma_i/\gamma_0$. A função de densidade de probabilidade conjunta dos sinais escolhidos é dada por [15]

$$p(\alpha_1, \dots, \alpha_l) = l! \binom{M}{l} [P(\alpha_l)]^{M-l} \prod_{i=1}^l p(\alpha_i) \quad \text{com } \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_l \geq 0 \quad (3.36)$$

com $p(\alpha_i)$ dado por (2.14) e $P(\alpha_l)$ por (2.15) – nesta última equação, com o índice l substituindo o índice i . É importante lembrar a dependência entre as variáveis aleatórias α_i devido a restrição $\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_l \geq 0$.

Estes sinais são então combinados segundo o combinador Razão Máxima de forma que a relação sinal-ruído resultante seja $\gamma = \sum_{i=1}^l \gamma_i$, ou em sua versão normalizada $\alpha = \sum_{i=1}^l \alpha_i$. O procedimento para obter as funções de densidade e de distribuição do sinal resultante α é análogo ao usado para obter as estatísticas de u nas CGI e SGI, de forma que a distribuição e a densidade de α são dadas por (3.17) e (3.18) com α e α_i substituindo u e u_i e com a distribuição conjunta dada por (3.36). Assim, a função de distribuição de probabilidade da relação sinal-ruído na saída do combinador SRM é

$$P_{SRM}(\gamma) = \int_0^{\gamma} \int_{\alpha_1}^{\gamma-\alpha_1} \dots \int_{\alpha_{l-1}}^{\gamma-\sum_{i=1}^{l-1} \alpha_i} \int_{\alpha_2}^{\gamma-\sum_{i=2}^l \alpha_i} p(\alpha_1, \dots, \alpha_l) d\alpha_1 d\alpha_2 \dots d\alpha_{l-1} d\alpha_l \quad (3.37)$$

com $v = \gamma/\gamma_0$ e $p(\alpha_1, \dots, \alpha_l)$ dada por (3.36). E a função de densidade de probabilidade correspondente $p_{SRM}(\gamma)$ é

$$p_{SRM}(\gamma) = \frac{1}{\gamma_0} \int_0^v \int_{\alpha_1}^{v-\alpha_1} \dots \int_{\alpha_3}^{v-\sum_{i=3}^l \alpha_i} p\left(\alpha_1 = v - \sum_{i=2}^l \alpha_i, \dots, \alpha_l\right) d\alpha_2 \dots d\alpha_{l-1} d\alpha_l \quad (3.38)$$

com $v = \gamma/\gamma_0$. Entretanto, ao se fazer a condição $\alpha_1 = v - \sum_{i=2}^l \alpha_i$ na função de densidade conjunta (3.36), e após algumas manipulações – já substituindo as funções de densidade e distribuição de probabilidade –, esta se reduz a

$$p\left(\alpha_1 = X - \sum_{i=2}^l \alpha_i, \dots, \alpha_l\right) = l! \binom{M}{l} \left[\frac{\Gamma(m, m\alpha_1)}{\Gamma(m)} \right]^{M-l} \left(\frac{m^m}{\Gamma(m)} \right)^l \left(X - \sum_{i=2}^l \alpha_i \right)^{m-1} (\alpha_2 \dots \alpha_l)^{m-1} \exp(-mX) \quad (3.39)$$

onde X é igual a γ/γ_0 ou r^2/r_{rms}^2 , como apropriado.

Sabendo que $\alpha = \gamma/\gamma_0 = r^2/r_{rms}^2$, calcula-se a função de distribuição de probabilidade da envoltória resultante como

$$P_{SRM}(r) = \int_0^a \int_{\alpha_1}^{a-\alpha_1} \dots \int_{\alpha_3}^{a-\sum_{i=3}^l \alpha_i} \int_{\alpha_2}^{a-\sum_{i=2}^l \alpha_i} p(\alpha_1, \dots, \alpha_l) d\alpha_1 d\alpha_2 \dots d\alpha_{l-1} d\alpha_l \quad (3.40)$$

onde $a = r^2/r_{rms}^2$ e $p(\alpha_1, \dots, \alpha_l)$ dada por (3.36). E a função de densidade de probabilidade da envoltória $p_{SRM}(r)$ é definida como

$$p_{SRM}(r) = \frac{2r}{r_{rms}^2} \int_0^a \int_{\alpha_1}^{a-\alpha_1} \dots \int_{\alpha_3}^{a-\sum_{i=3}^l \alpha_i} p\left(\alpha_1 = a - \sum_{i=2}^l \alpha_i, \dots, \alpha_l\right) d\alpha_2 \dots d\alpha_{l-1} d\alpha_l \quad (3.41)$$

onde $a = r^2/r_{rms}^2$ e $p(\alpha_1, \dots, \alpha_l)$ dada por (3.39).

Assim como na SGI, ao se fazer $l = 1$ as formulações apresentadas para a SRM – a saber, distribuições e densidades de probabilidades da relação sinal-ruído ((3.37) e (3.38)) e envoltória ((3.40) e (3.41)) – reduzem-se para aquelas da combinação CSP ((3.1), (3.2), (3.4) e (3.3), respectivamente). Da mesma forma, para $l = M$, as estatísticas da SRM reduzem-se para aquelas obtidas para a CRM ((3.28), (3.27), (3.30) e (3.29), respectivamente), apesar da forma da equação resultante ser diferente nos dois casos. Esta redução para os dois casos extremos, CSP e CRM, também vale para as análises derivadas destas estatísticas de primeira ordem.

3.3 Valores Médios

Outro parâmetro de interesse na estimativa da performance dos métodos de combinação é o valor SNR médio na saída do combinador.

3.3.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)

Com as densidades de probabilidade da relação sinal-ruído dos diferentes métodos de combinação já definidas, pode-se obter o valor médio da SNR usando-se a equação básica da Teoria da Probabilidade [15]

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\infty} \gamma p(\gamma) d\gamma \quad (3.42)$$

Com a densidade de probabilidade deste método (3.2), obtém-se o seguinte SNR médio com o uso de (3.42)

$$\frac{\bar{\gamma}_{CSP}}{\gamma_0} = \frac{Mm^m}{\Gamma^M(m)} \int_0^{\infty} x^m \exp(-mx) \Gamma^{M-1}(m, mx) dx \quad (3.43)$$

O valor médio de uma função também pode ser obtido a partir da distribuição de probabilidade através de [15]

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\infty} [1 - P(\gamma)] d\gamma - \int_0^{\infty} P(\gamma) d\gamma \quad (3.44)$$

Com esta equação, pode-se obter uma outra formulação para o valor SNR médio. Após algumas manipulações matemáticas, com o uso de (3.1), obtém-se

$$\frac{\bar{\gamma}_{CSP}}{\gamma_0} = \sum_{i=1}^M \bar{\alpha}_i \quad (3.45)$$

onde $\bar{\alpha}_i = \int_0^{\infty} [P(\alpha)]^{i-1} [1 - P(\alpha)] d\alpha$, com $P(\alpha)$ sendo dada por (2.15).

Os valores SNR médios (3.43) e (3.45) levam ao mesmo valor numérico, apesar de sua forma ser diferente e ser muito difícil obter uma a partir da outra analiticamente. A equação (3.43) é a mais adequada para implementação computacional, enquanto que a (3.45) apresenta a vantagem de facilitar a visualização do ganho obtido com o acréscimo de cada ramo. Pode-se observar que o termo $i = x$ no somatório da última equação corresponde ao aumento no valor médio do SNR com a adição do x -ésimo ramo.

As duas formulações (3.43) e (3.45) só possuem solução fechada para os casos de 1 e 2 ramos. Para o caso em que tem-se um único ramo, usando (3.45),

$$\int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\Gamma(m, u)}{\Gamma(m)} \right) du = m \Rightarrow \bar{\gamma}_{CSP} = \gamma_0 \quad (3.46)$$

o que era esperado por um único ramo não significar diversidade, sendo a saída do combinador simplesmente um sinal Nakagami. Já para o caso em que $M = 2$, em (3.45),

$$\int_0^{\infty} \frac{\Gamma(m, u)}{\Gamma(m)} \left(1 - \frac{\Gamma(m, u)}{\Gamma(m)} \right) du = \frac{m\Gamma(2m)}{2^{2m-1}\Gamma(m)\Gamma(m+1)} \Rightarrow \bar{\gamma}_{CSP} = \gamma_0 \left(1 + \frac{\Gamma(2m)}{2^{2m-1}\Gamma(m)\Gamma(m+1)} \right) \quad (3.47)$$

que é o resultado apresentado na equação (18) em [16]. Para o ambiente Rayleigh ($m = 1$) o valor médio da saída da CSP é expresso simplesmente por [1]

$$\bar{\gamma}_{CSP} = \gamma_0 \sum_{i=1}^M \frac{1}{i} \quad (3.48)$$

3.3.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)

Devido à forma não linear da função de densidade desta técnica (3.7), a relação básica (3.42) assume a forma

$$\bar{\gamma}_{CSL} = \int_0^{\infty} \mathcal{P}_{CSL}(\gamma) d\gamma = q \int_0^{\gamma_T} \mathcal{P}(\gamma) d\gamma + (1+q) \int_{\gamma_T}^{\infty} \mathcal{P}(\gamma) d\gamma \quad (3.49)$$

com $p(\gamma)$ dada por (2.9). Após algumas manipulações algébricas chega-se à seguinte fórmula fechada

$$\bar{\gamma}_{CSL} = \gamma_0 + \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{\gamma_0}{m} \left(\frac{m\gamma_T}{\gamma_0} \right)^m \exp\left(-\frac{m\gamma_T}{\gamma_0}\right) \quad (3.50)$$

É importante notar que, como esperado, o SNR médio é dependente do valor do limiar, sendo, portanto, este o parâmetro que determina a performance do sistema. Pode-se então calcular o valor de limiar que maximiza o valor SNR médio através de (3.50), que é calculado como $\gamma_T = \gamma_0$ (independentemente do grau de desvanecimento). Isto pode ser observado na Figura 3.2, e para esta situação de máximo tem-se que o valor SNR médio é dado por

$$\bar{\gamma}_{CSL} = \gamma_0 \left[1 + \frac{m^{m-1} \exp(-m)}{\Gamma(m)} \right] \quad (3.51)$$

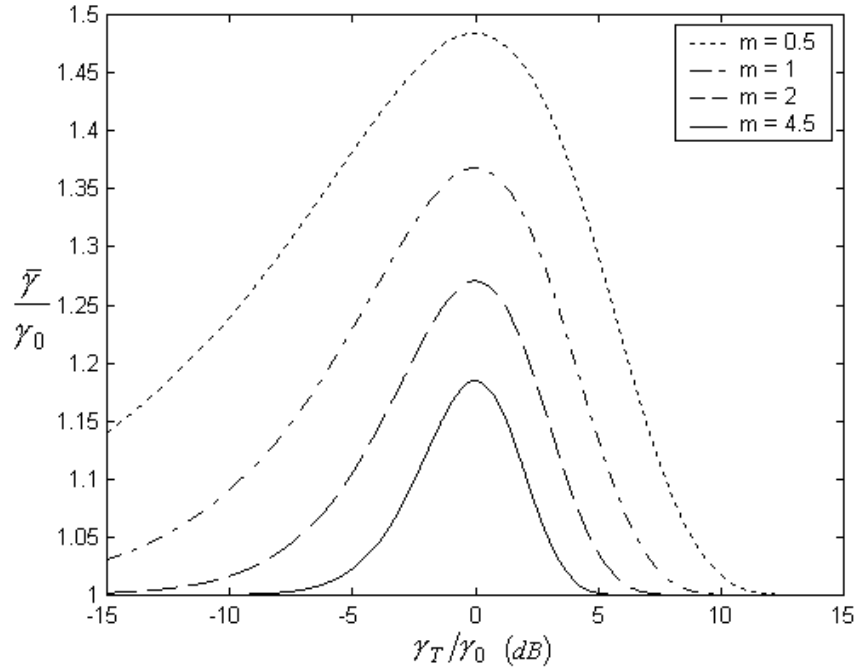


Figura 3.2: Média em função do limiar – CSL

3.3.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)

O valor médio da SNR do sinal de saída deste método de combinação pode ser obtido através da relação (3.12) como

$$\bar{\gamma}_{CGI} = E[\gamma] = \frac{1}{2NM} E\left[\left(\sum_{i=1}^M r_i\right)^2\right] = \frac{1}{2NM} \sum_{i,j=1}^M E[r_i r_j] \quad (3.52)$$

onde $E[\cdot]$ é o operador esperança. Nesta relação pode ser visto que existem M elementos iguais a esperança de r_i^2 e $M(M-1)$ elementos iguais a esperança de $r_i r_j$, $i \neq j$. Lembrando que r_i e r_j são considerados independentes ($\forall i, j = 1, \dots, M$) e com (2.3) e (2.8) obtém-se

$$\bar{\gamma}_{CGI} = \gamma_0 \left[1 + \frac{M-1}{m} \left(\frac{\Gamma(m+0.5)}{\Gamma(m)} \right)^2 \right] \quad (3.53)$$

3.3.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)

Pela relação (3.25) obtém-se o valor médio da saída do combinador como

$$\bar{\gamma}_{CRM} = E[\gamma] = E\left[\sum_{i=1}^M \gamma_i\right] = \sum_{i=1}^M E[\gamma_i] = ME[\gamma_i] = M\gamma_0 \quad (3.54)$$

É importante notar que esta equação tem a característica de ser independente do grau de desvanecimento do canal m . Como será visto posteriormente, tem-se que este é o único combinador em que o valor médio do sinal resultante independe do grau de desvanecimento.

3.3.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)

Na análise dos esquemas híbridos é mais conveniente trabalhar com a seguinte versão de (3.42), para continuar trabalhando com variáveis normalizadas

$$\frac{\bar{\gamma}}{\gamma_0} = \int_0^{\infty} x \gamma_0 p(\gamma = x\gamma_0) dx \quad (3.55)$$

Dada a densidade de probabilidade para este método (3.35), a SNR na saída do combinador pode ser obtida diretamente com a equação anterior. Entretanto, devido a complexidade de (3.35), o limite superior de (3.55) (infinito) faz com que a equação final seja de difícil convergência. Este problema pode ser resolvido por uma troca de variáveis tal como $a = \exp(-x)$, em que os limites da integral passam a ser 0 e 1. Portanto, a SNR média $\bar{\gamma}$ da saída do combinador é

$$\frac{\bar{\gamma}_{SGI}}{\gamma_0} = \int_0^1 \int_0^h \int_0^{h-u_1} \dots \int_0^{h-\sum_{i=2}^l u_i} \sqrt{\frac{-l \ln(a)}{2a^2}} p\left(\left(u_1 = h - \sum_{i=2}^l u_i\right), \dots, u_l\right) du_2 \dots du_{l-1} du_l da \quad (3.56)$$

onde $h = \sqrt{-2l \ln(a)}$ e a densidade de probabilidade conjunta é dada por (3.31).

3.3.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)

Grande atenção vem sendo dada ao cálculo do SNR médio para este método de combinação, sendo que este valor foi recentemente obtido para o caso Rayleigh por três trabalhos independentes [17-19]. Entretanto, ainda não foi encontrada uma solução fechada geral para o caso Nakagami.

Uma solução *exata* para este método pode ser obtida através da densidade de probabilidade (3.38) e da relação (3.55). De forma análoga à SGI, a equação resultante é de difícil convergência devido ao limite superior de (3.55) e é feita uma substituição de variáveis $a = \exp(-x)$. Com isto, obtém-se

$$\frac{\bar{\gamma}_{SRM}}{\gamma_0} = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \dots \int_0^1 \frac{h^{-\alpha_l}}{l^{l-1}} \dots \int_0^1 \frac{h^{-\sum_{i=3}^l \alpha_i}}{2} \frac{h}{a} p\left(\left(\alpha_1 = h - \sum_{i=2}^l \alpha_i\right), \dots, \alpha_l\right) d\alpha_2 \dots d\alpha_{l-1} d\alpha_l da \quad (3.57)$$

onde $h = -\ln(a)$ e a densidade de probabilidade conjunta é dada por (3.39).

Em [17-19] obtém-se que o SNR médio para o caso particular Rayleigh é dado por

$$\bar{\gamma}_{SRM} = \left(1 + \sum_{i=l+1}^M \frac{1}{i}\right) l \gamma_0 \quad (3.58)$$

Em [17] há uma análise, a partir de (3.58), que conclui que esta média é limitada por

$$\bar{\gamma}_{CSP} \leq \bar{\gamma}_{SRM} \leq \bar{\gamma}_{CRM} \quad (3.59)$$

3.4 Resultados

As fórmulas aqui obtidas podem ser confirmadas para os casos especiais a seguir. Em todas as equações fazendo $m = 1$ as fórmulas deterioram para as expressões relativas ao caso Rayleigh, já conhecido da literatura [1,2,3]. Na CSL e para um limiar muito baixo (como $\gamma_T = 0$) ou muito alto ($\gamma_T \rightarrow \infty$), as fórmulas deterioram para aquelas de um único ramo, conforme esperado. Mais

genericamente, um bloco de simulação implementando os diferentes métodos de combinação foi incluído em um simulador do canal rádio móvel [10]. A formulação analítica foi extensivamente comparada com os resultados da simulação e uma completa concordância foi obtida.

As formulações para a confiabilidade e para o valor SNR médio aqui obtidas para as técnicas convencionais de combinação foram apresentadas em [20]. Uma versão estendida deste trabalho, incluindo as formulações para as técnicas híbridas de combinação, foi publicada em [21].

A performance dos métodos de combinação de diversidade convencionais pode ser observada nas Figuras 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6, onde são apresentadas, respectivamente, as confiabilidades para as técnicas CSP, CSL, CGI e CRM. As confiabilidades são obtidas diretamente de (3.1), (3.5), (3.23) e (3.28), respectivamente. Com exceção da CSL, para a qual só 2 ramos são considerados, todos os métodos de combinação são analisados com o número de ramos $M = 1, 2, 3, 4$ e 6 . Os resultados são mostrados para o parâmetro de desvanecimento $m = 0.5$ e 2 .

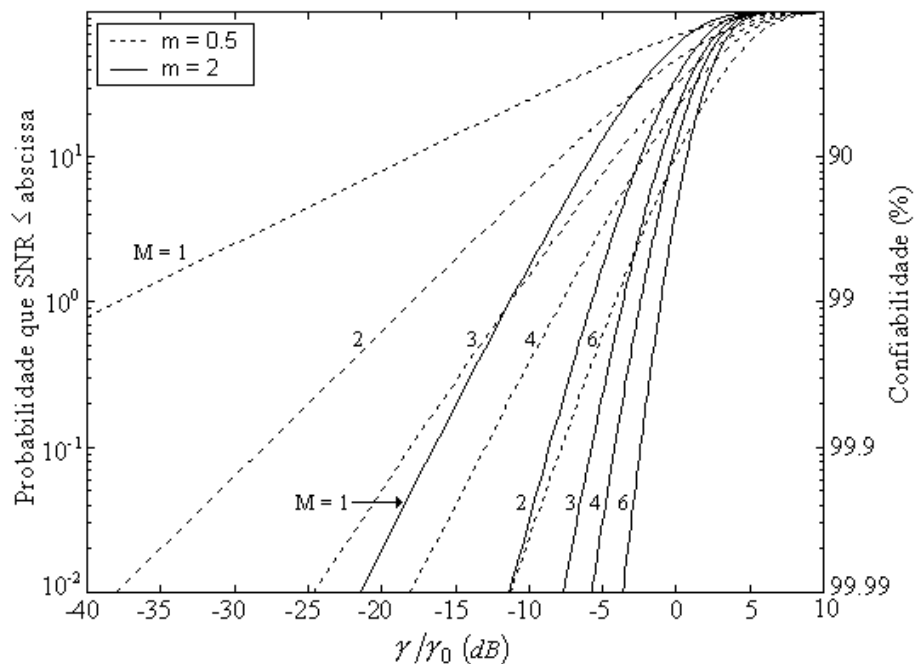


Figura 3.3 – Confiabilidade para a Combinação por Seleção Pura

Observando o comportamento dos métodos convencionais nestas Figuras, pode-se concluir genericamente que obtém-se uma melhor performance a medida que o número de ramos aumenta. Entretanto, o ganho obtido com a adição de mais um ramo de diversidade diminui com o aumento de ramos considerados. Por exemplo, com as curvas de confiabilidade para $m = 2$ apresentadas na

Figura 3.3 observa-se que o ganho de passar de 1 para 2 ramos é de, aproximadamente, 7.8 dB e de 2 para 3 ramos, de 2.9 dB para uma confiabilidade de 99.9%. Nota-se também que, para uma determinada confiabilidade, os ganhos obtidos com o uso de diversidade são melhores para uma situação mais severa de desvanecimento ($m = 0.5$) do que para uma melhor condição ($m = 2$).

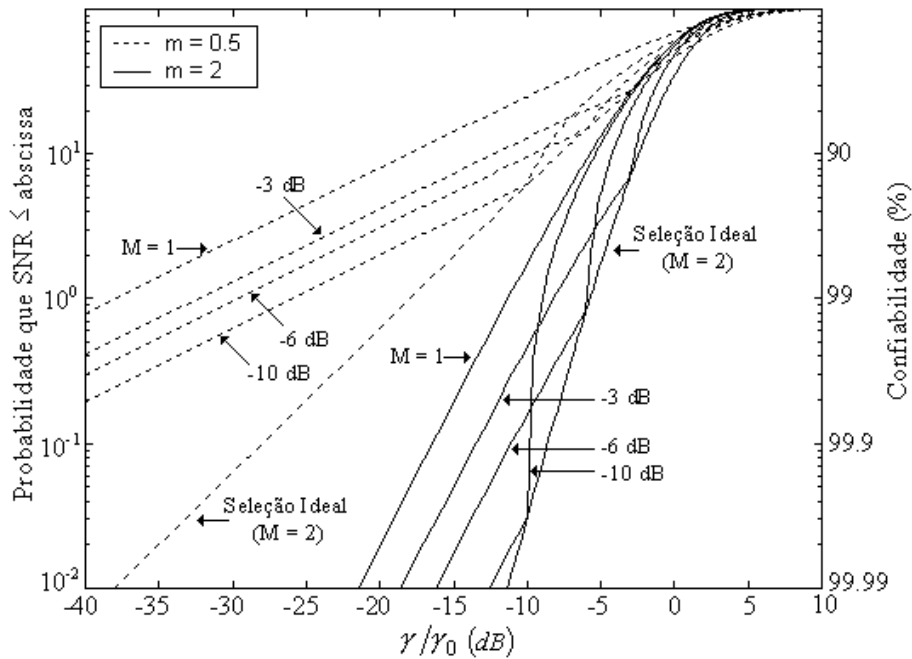


Figura 3.4 – Confiabilidade para a Combinação por Seleção por Limiar

Observa-se que as curvas para a CSL (Figura 3.4) são confinadas entre as curvas correspondentes a $M = 1$ (sem diversidade) e $M = 2$ (CSP). Para valores de SNR abaixo do limiar, as curvas tem aproximadamente a mesma inclinação que a de Nakagami. Enquanto para valores acima do limiar, as curvas tendem rapidamente para a distribuição de Nakagami – pode-se assim notar que os maiores ganhos são obtidos para valores abaixo do limiar, e que para valores acima deste, o ganho é pequeno. Para uma SNR igual ao limiar, as curvas tocam a distribuição correspondente a CSP.

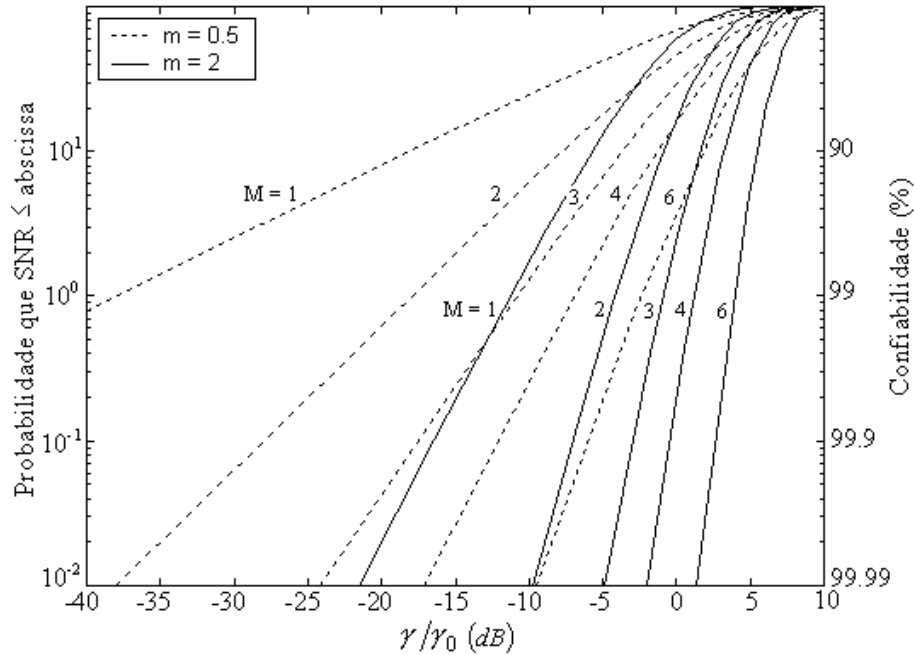


Figura 3.5 – Confiabilidade para a Combinação por Ganho Igual

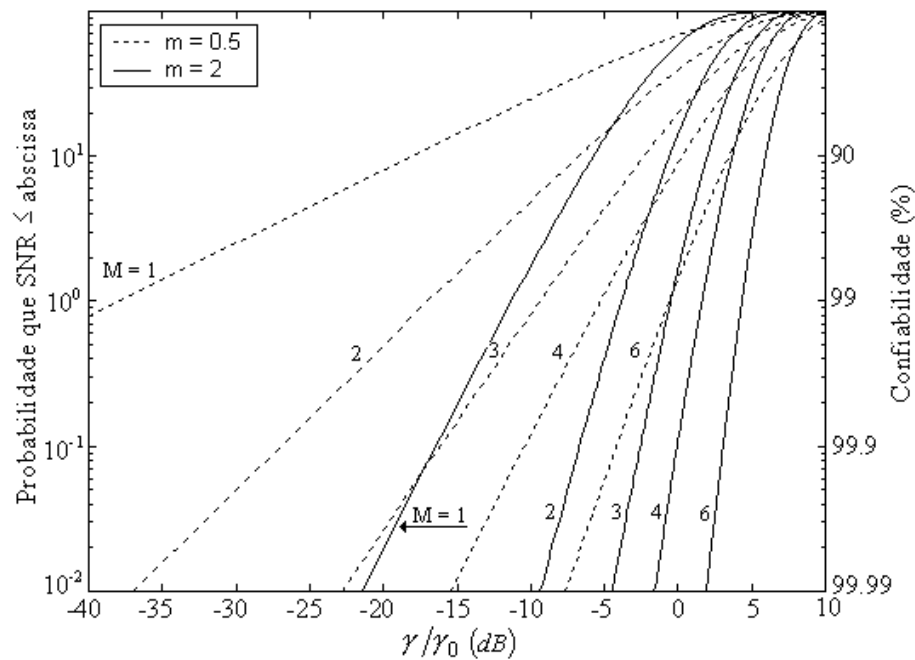


Figura 3.6 – Confiabilidade para a Combinação por Razão Máxima

É interessante observar nas Figuras 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6 que, com o aumento do número de ramos, as técnicas baseadas na adição de sinais, CGI e CRM, possuem uma performance substancialmente melhor do que aquelas baseadas na seleção de um dos sinais, CSP e CSL. Por

exemplo, para uma confiabilidade de 99.9% e grau de desvanecimento $m = 2$ a CSP, CGI e CRM fornecem ganhos de 7.8dB, 9.4dB e 9.8dB, respectivamente, ao se passar de $M = 1$ (sem diversidade) para $M = 2$ e ganhos iguais a 12.3dB, 16dB e 16.4dB, respectivamente, ao se passar de $M = 1$ (sem diversidade) para $M = 4$. Ou seja, os métodos CGI e CRM apresentam um ganho de aproximadamente 20% com relação ao CSP para $M = 2$ e de aproximadamente 30% para $M = 4$.

Para ter uma melhor comparação entre os métodos CGI e CRM mostra-se na Figura 3.7 as confiabilidades para estes dois métodos, com $M = 1, 2, 3$ e 4 para $m = 0.5$ e com $M = 2, 3$ e 4 para $m = 2$ (o caso $M = 1$ não é apresentado para ter maior clareza no gráfico). Pode ser observado que as duas técnicas apresentam performance similar para: a) um número menor de ramos e 2) para condições menos severas de desvanecimento (por exemplo, $m = 2$). Pode-se afirmar, portanto, que a CGI aproxima o máximo teórico CRM em certas situações, apesar de sua maior facilidade de implementação.

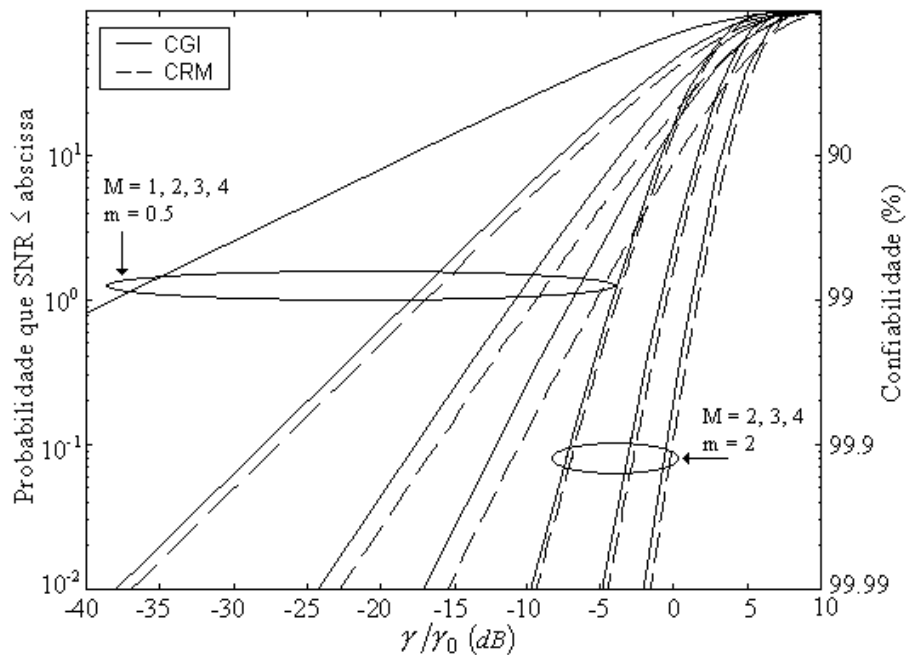


Figura 3.7 – Confiabilidade para as combinações por Ganho Igual e Razão Máxima

A Figura 3.8 mostra a confiabilidade para a SGI para $M = 3$ e $l = 1, 2$ e 3 e a combinação ótima para 3 ramos. Para a condição mais severa de desvanecimento ($m = 0.5$), o caso em que $l = 2$ apresenta uma melhor performance do que aquela para $l = 3$. Mas para uma melhor condição de

desvanecimento, a performance melhora a medida que o número de sinais selecionados aumenta – como nos métodos de combinação convencionais.

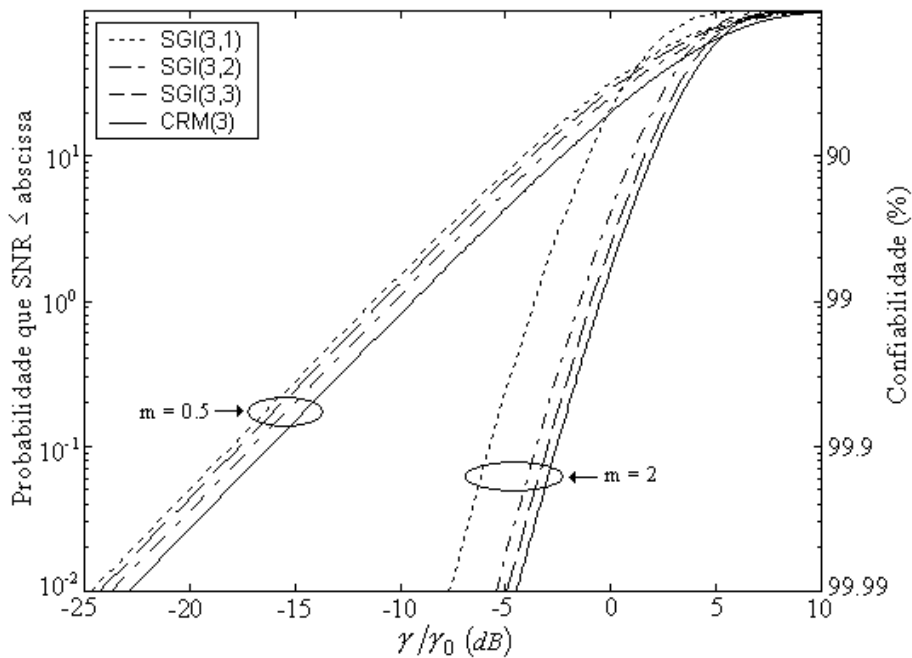


Figura 3.8 – Confiabilidade para a Seleção/Ganho Igual e Razão Máxima ($M = 3$)²

O mesmo comportamento pode ser observado na Figura 3.9, onde é apresentada a confiabilidade da SGI para $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 junto com aquela para a CRM com 4 ramos: o caso $l = 2$ praticamente coincide com $l = 3$, e estes dois casos tem uma performance melhor do que a situação $l = 4$. Este fenômeno pode ser explicado observando-se (3.12). A medida que o número de sinais escolhidos aumenta, a envoltória resultante é melhorada mas o ruído adicionado também aumenta. Para uma condição de desvanecimento severa e uma adição não ótima, como a Ganho Igual, a adição de mais um ramo pode não ser suficiente para compensar a adição do ruído presente naquele ramo.

² Será utilizada a notação (M,l) na legenda dos gráficos que envolvem técnicas híbridas de combinação: o primeiro número, M , indica o número de ramos na entrada do método de combinação e o segundo, l , o número de ramos selecionados.

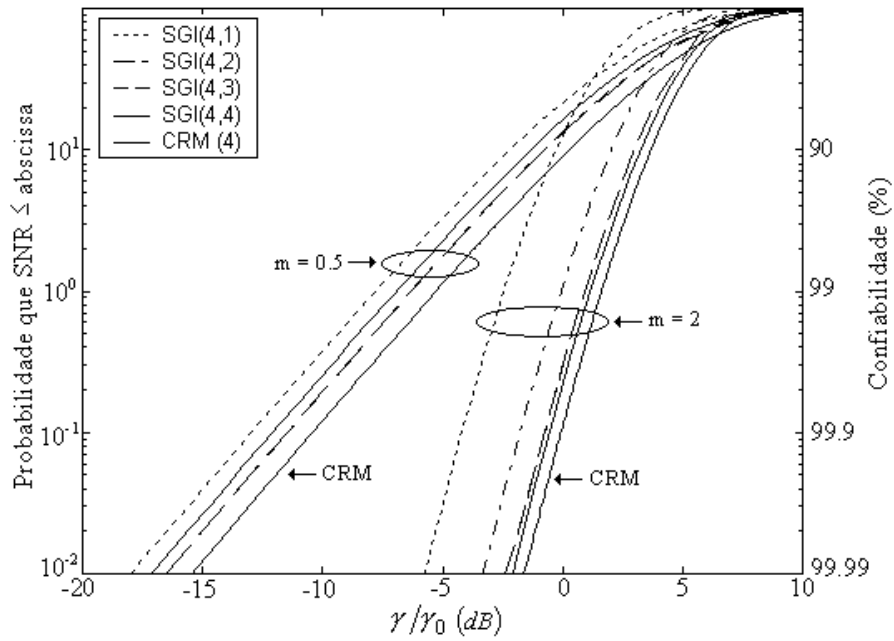


Figura 3.9 – Confiabilidade para a Seleção/Ganho Igual e Razão Máxima ($M = 4$)

A Figura 3.10 mostra a confiabilidade para a SRM para $M = 3$ e $l = 1, 2$ e 3 e a curva correspondente a CGI para $M = 3$, com parâmetro de Nakagami $m = 0.5$ e $m = 2$. Para as mesmas condições de desvanecimento, a Figura 3.11 apresenta a confiabilidade para o caso em que $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 e a curva para a CGI com $M = 4$.

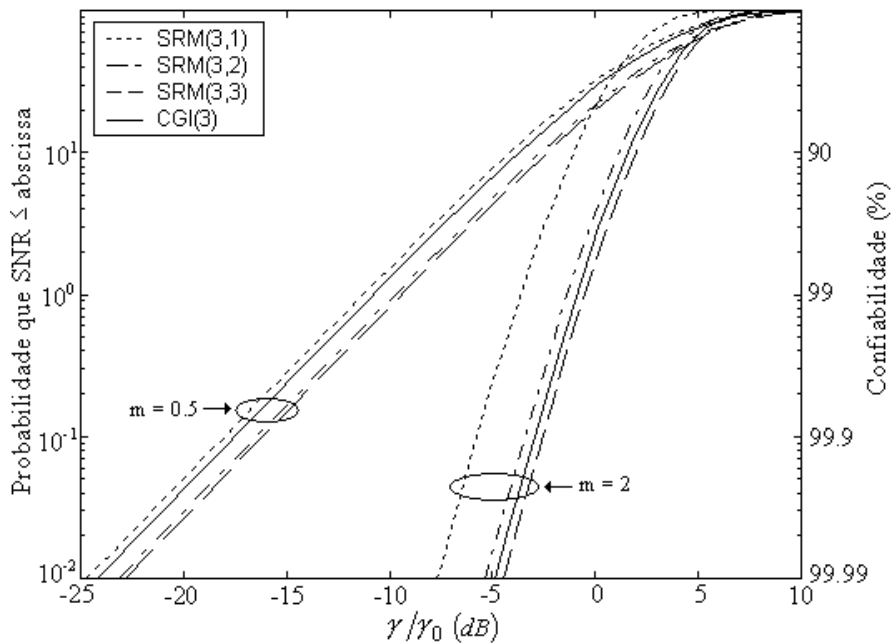


Figura 3.10 – Confiabilidade para a Seleção/Razão Máxima e Ganho Igual ($M = 3$)

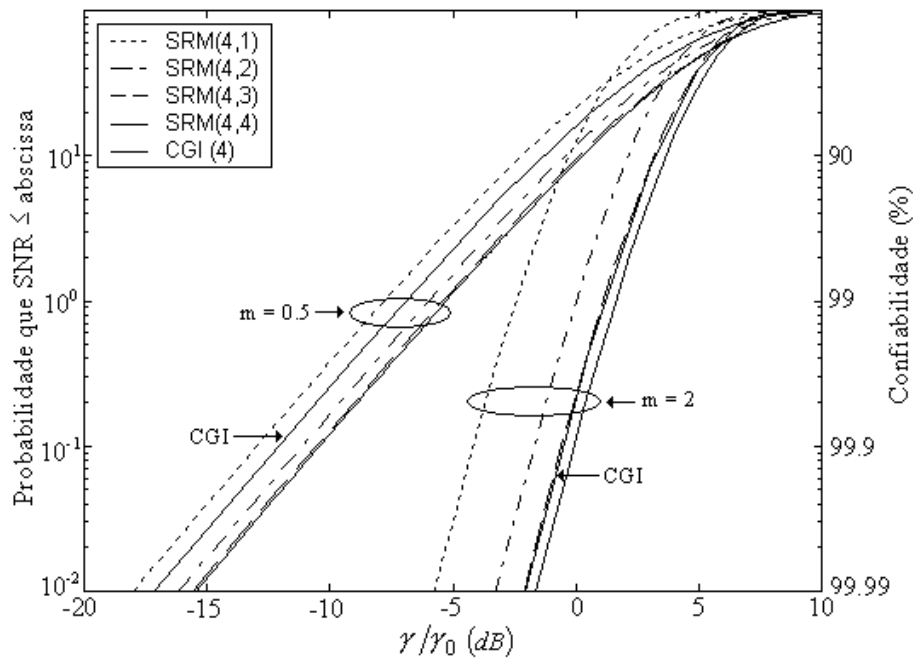


Figura 3.11 – Confiabilidade para a Seleção/Razão Máxima e Ganho Igual ($M = 4$)

Nas Figuras 3.10 e 3.11 nota-se que a performance comparativa entre a SRM e a CGI dependem da intensidade do desvanecimento e do número de sinais selecionados, como esperado. Genericamente falando, como ilustrado nas Figuras, a performance da SRM é melhor do que aquela para a CGI em condições mais severas de desvanecimento (no caso, $m = 0.5$), enquanto que a simples CGI apresenta uma melhor performance do que a SRM para melhores condições de desvanecimento ($m = 2$). Diferentemente do comportamento apresentado pela SGI, quanto maior for o número l de sinais selecionados, melhor será a performance da SRM.

A Figura 3.12 apresenta o valor SNR normalizado em função do número de ramos para as técnicas de combinação convencionais com condições de desvanecimento $m = 0.5, 2$ e 4.5 . É importante lembrar que a SNR média da CRM é independente de m . As curvas para a CSL correspondem ao limiar ótimo $\gamma_T/\gamma_0 = 1$.

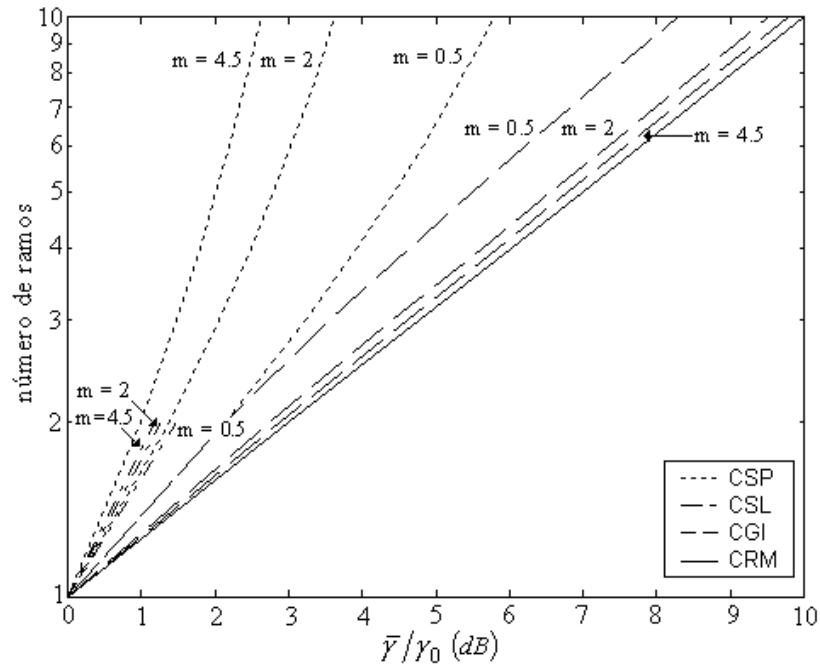


Figura 3.12 – Número de ramos x SNR médio

Neste gráfico observa-se que a medida que o número de ramos aumenta, as técnicas baseadas na adição de sinais, CGI e CRM, apresentam uma performance substancialmente melhor do que aquelas baseadas na seleção de sinal, CSP e CSL.

Também é interessante observar que, para a CSP e CSL, o ganho no SNR médio obtido com o aumento no número de ramos diminui com a melhoria da condição de desvanecimento. E esta situação é oposta àquela observada para as técnicas baseadas na adição de sinal, CGI e CRM. Além disso, a medida que a condição de desvanecimento melhora, as performances da CGI e CRM tendem a coincidir uma com a outra. Pode-se também observar que, independentemente da intensidade do desvanecimento, a CRM é sempre o melhor método, seguida pelas CGI, CSP e CSL.

Na Figura 3.13 pode-se observar o valor SNR médio da SGI para $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 em função do grau de desvanecimento. É também apresentada a curva correspondente ao máximo teórico CRM com $M = 4$, que é igual a uma constante por seu valor médio ser independente do grau de desvanecimento.

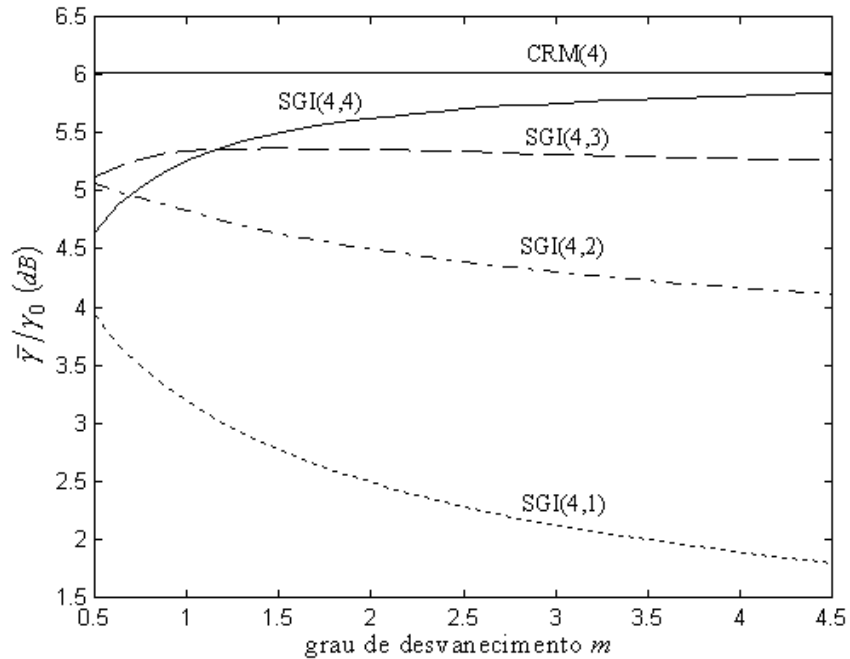


Figura 3.13 – SNR médio x grau de desvanecimento - SGI

É muito interessante notar neste gráfico que os casos $l = 1$ e 2 apresentam comportamento igual aos métodos baseados na seleção de sinais, isto é, o valor médio da SNR resultante cai a medida que a condição de desvanecimento fica menos severa. Já os casos $l = 3$ e 4 apresentam o comportamento dos métodos baseados na adição de sinais: melhor o canal, maior a SNR média. Nota-se também que a performance dos quatro casos da SGI é próxima para uma condição severa de desvanecimento, enquanto que a medida que o desvanecimento torna-se menos severo a diferença entre os desempenhos torna-se acentuada.

O valor médio do método SRM é apresentado na Figura 3.14 para o caso $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 . Pode-se observar que os casos $l = 1, 2$ e 3 apresentam a característica das técnicas baseadas na seleção de sinal ao resultar em um SNR médio menor com a melhoria da condição de desvanecimento do canal. Por este gráfico também pode-se chegar a conclusão que o método CGI é mais apropriado para condições menos severas de desvanecimento, enquanto que a SRM apresenta uma melhor performance em condições mais severas.

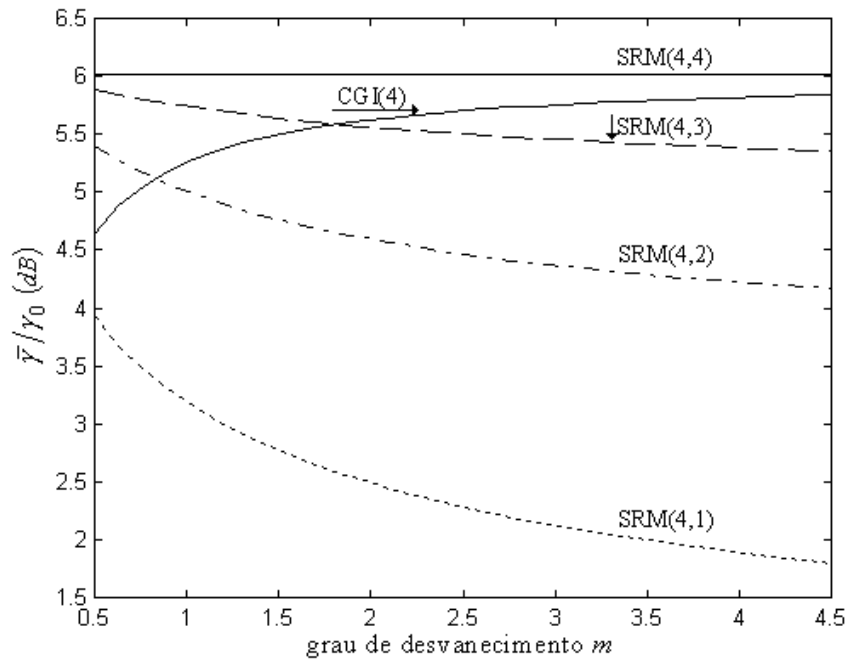


Figura 3.14 – SNR médio x grau de desvanecimento – SRM

Por último, vale fazer uma observação quanto a forma integral das estatísticas dos métodos CGI, SGI e SRM: optou-se por trabalhar com a forma integral por esta oferecer uma análise exata e válida para números arbitrários de ramos e condição de desvanecimento. Devido a grande disponibilidade atual de recursos computacionais e *softwares* de cálculo numérico, acredita-se que esta análise fornece grandes vantagens com relação as análises aproximadas e as análises baseadas em casos particulares de número de ramos ou condição de desvanecimento usualmente encontradas na literatura. A maior restrição desta forma integral é o tempo de processamento: a medida que o número de ramos aumenta, o número de integrais também aumenta de forma que pode-se ter um limite computacional com relação ao tempo de processamento necessário. Entretanto, o número máximo de ramos que torna o cálculo numérico viável é bem maior do que o número de ramos encontrados nos sistemas em uso.

3.5 Conclusão

Foram desenvolvidas neste capítulo formulações *exatas* e *genéricas* para os métodos de combinação de diversidade convencionais e híbridos em um ambiente Nakagami. Estes métodos

foram caracterizados em termos de funções de densidade e de distribuição de probabilidade da relação sinal-ruído e envoltória do sinal resultante. Obteve-se também o valor SNR médio obtido com o uso destes métodos.

As análises aqui apresentadas levam a uma solução mais compreensiva das técnicas de combinação de diversidade, com o caso Rayleigh, que é amplamente apresentado na literatura, constituindo um caso especial desta solução geral. Esta solução geral resulta em conclusões interessantes, que não poderiam ser obtidas a partir da análise em um ambiente Rayleigh. Por exemplo, foi aqui mostrado que a medida que a condição do canal se torna menos severa as técnicas baseadas em algoritmos de seleção possuem uma performance bem menos satisfatória do que as técnicas baseadas na adição de sinais. Além disso, para a mesma condição de um desvanecimento menos severo, a simples técnica CGI aproxima-se da performance da combinação ótima, a CRM.

A formulação *exata* e *genérica* para os esquemas híbridos permitiu a análise quanto ao número de sinais selecionados e condição de desvanecimento. Mostrou-se que a SRM é mais apropriada em condições severas de desvanecimento do que a CGI, refletindo o comportamento do método utilizado para a adição dos sinais escolhidos. Concluiu-se também que a regra “maior o número de ramos, melhor a performance” não vale para o caso SGI. A escolha do número de ramos selecionados para conseguir uma melhor performance depende fortemente da condição de desvanecimento.

Capítulo 4

Taxa de Erro de Bit

4.1 Introdução

Os efeitos do desvanecimento, apesar de danosos, não chegam a ser críticos na transmissão de voz. Entretanto, a perda de comunicação em certos momentos na transmissão de dados e sinalização pode significar pior qualidade de serviço e menor desempenho da rede. Além disso, a digitalização das comunicações celulares é um fato já observado, fazendo com que o estudo de técnicas que minimizem a taxa de erro devido ao desvanecimento, como a diversidade, seja de grande importância.

Neste capítulo será realizada a formulação da taxa de erro de bit para os sinais resultantes dos diferentes métodos de combinação de diversidade em um ambiente Nakagami. As técnicas de modulação aqui estudadas são as versões coerentes e não coerentes do FSK e PSK. Estas técnicas de modulação foram escolhidas por sua maior facilidade de análise, entretanto os princípios básicos aqui tratados são os mesmos de técnicas mais complexas de modulação adotadas nos sistemas rádio móvel digitais atuais. Serão analisados todos os métodos de combinação estudados anteriormente.

O capítulo inicia com a apresentação da taxa de erro de bit das técnicas PSK e FSK em um canal Gaussiano. A partir desta caracterização, será realizada a análise da taxa de erro para um sinal Nakagami e para os diferentes métodos de combinação em um canal Nakagami. Considera-se que o desvanecimento seja plano (a faixa de transmissão é significativamente menor do que a banda coerente do canal, ou seja, o desvanecimento afeta igualmente todas as componentes de frequência do sinal transmitido) e lento (o tempo de transmissão de um bit é menor que o tempo coerente do

canal, isto é, a atenuação do canal e o deslocamento de fase são constantes durante a transmissão do bit).

4.2 Taxa de Erro de Bit para Esquemas Binários

As três formas básicas de se modular dados em uma onda portadora são: por amplitude (ASK – *amplitude shift keying*), por frequência (FSK – *frequency shift keying*) ou por fase (PSK – *phase shift keying*). Como os sinais em um canal rádio móvel estão sujeitos a desvanecimentos que afetam severamente a envoltória do sinal, técnicas que modulam informação na amplitude do sinal (ASK) não são apropriadas para este canal de transmissão. Como as técnicas FSK e PSK apresentam uma envoltória constante, sendo portanto menos sensíveis às não linearidades na envoltória, estas técnicas são mais apropriadas para este meio.

Na recepção, a detecção pode ser feita de forma coerente (em que a fase do sinal é estimada e compensada) ou não coerente (o conhecimento da fase não é necessário). Consequentemente, pode-se ter versões coerentes e não coerentes da FSK (CFSK e NCFSK, respectivamente) e coerente do PSK – não sendo possível a princípio ter uma versão não coerente do PSK, por este método exigir o conhecimento da fase. Entretanto, uma variação do PSK conhecida como DPSK (*differential phase shift keying*), baseada na codificação diferencial dos dados, possibilita detecção não coerente da modulação por fase.

Sabe-se que a probabilidade de ocorrência de erro na presença de ruído aditivo Gaussiano depende da razão entre a energia e a potência do ruído por bit, ou seja, da relação sinal-ruído γ_b por bit. A probabilidade de erro condicional para os esquemas de modulação FSK e PSK, dado o SNR γ_b por bit, é expresso por [1]

$$\text{prob}(\text{erro}|\gamma_b) = \begin{cases} 1/2 \exp(-\alpha\gamma_b) & , \text{ para técnicas não coerentes} \\ 1/2 \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha\gamma_b}) & , \text{ para técnicas coerentes} \end{cases} \quad (4.1)$$

onde $\alpha = 1/2$ para o CFSK e NCFSK e $\alpha = 1$ para o PSK e DPSK. A função erro complementar *erfc* é definida como $\operatorname{erfc}(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_x^\infty \exp(-t^2) dt$.

Com $prob(\text{erro}|\gamma_b)$, a probabilidade não condicional de erro de bit p é obtida ao se fazer a média de $prob(\text{erro}|\gamma_b)$ na densidade da SNR $p(\gamma_b)$, isto é

$$prob(\text{erro}) \equiv p = \int_0^{\infty} prob(\text{erro}|\gamma_b) p(\gamma_b) d\gamma_b \quad (4.2)$$

Logo, com as densidades da SNR na saída dos diferentes métodos de combinação em um ambiente Nakagami obtidas no capítulo anterior, pode-se obter as correspondentes taxa de erro de bit com o uso de (4.2).

Considera-se que a relação sinal-ruído por bit segue exatamente as estatísticas das densidades da SNR de um sinal Nakagami e dos métodos de combinação de diversidade apresentadas no capítulo anterior. Para manter uma consistência de notação basta acrescentar um índice b nas equações do capítulo anterior.

4.3 Taxa de Erro de Bit em um Ambiente Nakagami

Através da aplicação direta da relação (4.2), com o uso das densidades de probabilidade da relação sinal-ruído de um sinal Nakagami ou do sinal resultante dos métodos de combinação, obtém-se as taxas de erro de bit desejadas.

4.3.1 Sinal Nakagami

A taxa de erro de bit de um sinal Nakagami para as técnicas do DPSK e NCFSK, sem o uso de diversidade, podem ser obtidas diretamente com (2.9) e (4.1) em (4.2). Assim

$$p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + \alpha \gamma_{b0}/m} \right)^m \quad (4.3)$$

Da mesma forma, com (2.9) e (4.1) em (4.2), a probabilidade de erro de bit p para as técnicas CFSK e PSK em um ambiente Nakagami é dada por

$$p = \frac{\Gamma(2m)}{\Gamma(m)\Gamma(m+1)} \left(\frac{m/4}{m + \alpha\gamma_{b0}} \right)^m \left(\frac{\alpha\gamma_{b0}}{m + \alpha\gamma_{b0}} \right)^{0.5} {}_2F_1(1, m + 0.5; m + 1; m/(m + \alpha\gamma_{b0})) \quad (4.4)$$

onde ${}_2F_1(\)$ é a função hipergeométrica Gaussiana, cujas representações em séries e em integral são dadas por

$$\begin{aligned} {}_2F_1(a, b; c; x) &= \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b+n)}{\Gamma(c+n)} \frac{x^n}{n!} \\ &= \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 t^{b-1} (1-t)^{c-b-1} (1-tx)^{-a} dt, \quad \text{Re}\{c\} \geq \text{Re}\{b\} \geq 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

A probabilidade de erro (4.4) para o caso Rayleigh ($m = 1$) reduz para a simples expressão

$$p = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 1/\alpha\gamma_{b0}}} \right) \quad (4.6)$$

4.3.2 Combinação por Seleção Pura (CSP)

Dada a densidade de probabilidade para este método (3.2), a taxa de erro de bit na saída do combinador pode ser obtida diretamente com a relação (4.2). Entretanto, a complexidade de (3.2) faz com que a equação final seja de difícil convergência devido ao limite superior de (4.2) (infinito). Realizando-se uma troca de variáveis $a = \exp(-\gamma_b)$, a taxa de erro de bit para as técnicas NCFSK e DPSK é dada por

$$p = \frac{1}{2} \frac{M}{\Gamma^M(m)} \left(\frac{m}{\gamma_{b0}} \right)^m \int_0^1 (-\ln(a))^{m-1} a^{\frac{m}{\gamma_{b0}} + \alpha - 1} \Gamma^{M-1}(m, -m \ln(a)/\gamma_{b0}) da \quad (4.7)$$

Para o caso Rayleigh ($m = 1$), esta equação reduz para

$$p = \frac{M!}{2 \prod_{i=1}^M (i + \alpha \gamma_{b0})} \quad (4.8)$$

Como a CSP não requer que os sinais de entrada estejam na mesma fase, não faz sentido falar em detecção coerente para este método de combinação.

É importante notar que as taxas de erro de bit obtidas neste capítulo além de dependerem do tipo de modulação, dependem apenas do número de ramos M e do SNR médio por ramo por bit γ_{b0} .

4.3.3 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)

Devido a não linearidade da função de densidade de probabilidade desta técnica (3.7), tem-se que a taxa de erro de bit é obtida através de

$$p = \int_0^{\gamma_T} \text{prob}(\text{erro}|\gamma_b) p_{CSL}(\gamma_b) d\gamma_b + \int_{\gamma_T}^{\infty} \text{prob}(\text{erro}|\gamma_b) p_{CSL}(\gamma_b) d\gamma_b \quad (4.9)$$

Com a equação da taxa de erro de bit das versões não coerente do PSK e FSK em um canal Gaussiano (4.1), tem-se que a taxa de erro de bit para a CSL em um canal Nakagami, com o uso de (4.2), é

$$p = \frac{1}{2} \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{m + \alpha \gamma_{b0}} \right)^m \left[\Gamma(m, m \gamma_T / \gamma_{b0}) + \Gamma_C(m, \gamma_T (\alpha + m / \gamma_{b0})) \right] \quad (4.10)$$

onde $\Gamma_C(a, b) = \Gamma(a) - \Gamma(a, b) = \int_0^{\infty} x^{a-1} \exp(-x) dx$ é a função Gama Incompleta Complementar. O limiar que minimiza a probabilidade de erro dada pela equação acima é

$$\gamma_T = -\frac{m}{\alpha} \ln\left(\frac{m}{m + \alpha\gamma_{b0}}\right) \quad (4.11)$$

que é diferente do limiar que maximiza o valor SNR médio na saída do combinador. Entretanto, pode-se obter a partir de (4.11) o γ_{b0} em que a CSL terá a performance ótima para um dado limiar γ_T , que é $\gamma_{b0} = m/\alpha(\exp(\alpha\gamma_T/m)-1)$. Pegando os dois primeiros termos da expansão em séries da exponencial desta equação ($\exp(\alpha\gamma_T/m) = 1 + \alpha\gamma_T/m + \dots$), o limiar ótimo é dado aproximadamente por $\gamma_T \cong \gamma_{b0}$, que é o valor que maximiza o valor médio do sinal resultante (3.50).

Assim como na CSP, a CSL não requer que os sinais de entrada estejam na mesma fase, não havendo portanto sentido em realizar detecção coerente neste método de combinação.

4.3.4 Combinação por Ganho Igual (CGI)

Devido à dificuldade de obtenção da densidade de probabilidade deste método, a taxa de erro de bit para a CGI é usualmente formulada por meio de aproximações. Mas com a equação *exata* (3.24), pode-se obter a taxa de erro de bit também de forma *exata* e para um número de ramos e condição de desvanecimento quaisquer, ao substituir (3.24) e (4.1) em (4.2). Fazendo uma substituição de variáveis $a = \exp(-\gamma_b)$ para resolver a dificuldade de convergência devido ao limite superior de (4.2), obtém-se a taxa de erro de bit deste método como

$$p = \sqrt{\frac{M}{2\gamma_{b0}}} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{v-u_M} \dots \int_0^{v-\sum_{i=3}^M u_i} \frac{f(a)}{a\sqrt{-\ln(a)}} p\left(\left(u_1 = v - \sum_{i=2}^M u_i\right), \dots, u_M\right) du_2 \dots du_M da \quad (4.12)$$

onde $v = \sqrt{-2M \ln(a)/\gamma_{b0}}$ e a densidade conjunta $p(u_1, \dots, u_M)$ é dada por (3.14). $f(a)$ é a probabilidade de erro de bit $\text{prob}(\text{error}|\gamma_b)$ normalizada em relação a $a = \exp(-\gamma_b)$. Para as técnicas de modulação aqui estudadas, $f(a)$ é dada por

$$f(a) = \begin{cases} a^\alpha / 2 & ; \text{ para técnicas não coerentes} \\ \operatorname{erfc}(\sqrt{-\alpha \ln(a)}) / 2; & \text{ para técnicas coerentes} \end{cases} \quad (4.13)$$

Ao substituir (4.13) em (4.12), a taxa de erro de bit para as versões coerentes e não coerentes das modulações PSK e FSK são obtidas de forma exata.

Em [14] é apresentada uma solução aproximada para este método de combinação, com a limitação de ser válida somente para valores inteiros do parâmetro m de Nakagami. A análise compreende expressões extremamente intrincadas, baseada em séries infinitas em que a exatidão é extremamente dependente de um parâmetro de convergência T , o período da onda quadrada usada na derivação da série. Os autores de [22,23] sustentam terem analisado a CGI de forma fechada, mas a aproximação utilizada nestes trabalhos faz com que o método efetivamente analisado seja o CRM.

A análise exata aqui desenvolvida para a CGI foi publicada em [24].

4.3.5 Combinação por Razão Máxima (CRM)

A taxa de erro de bit das modulações DPSK e NCFSK no sinal de saída deste método de combinação pode ser obtida com a densidade de probabilidade (3.27) e a equação (4.1) em (4.2), de forma que

$$p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 + \alpha \gamma_{b0} / m} \right)^{mM} \quad (4.14)$$

e a probabilidade de erro de bit para a versão coerente do PSK e CFSK é dada por

$$p = \frac{\Gamma(2mM)}{\Gamma(mM)\Gamma(mM + 1)} \left(\frac{m/4}{m + \alpha \gamma_{b0}} \right)^{mM} \left(\frac{\alpha \gamma_{b0}}{m + \alpha \gamma_{b0}} \right)^{0.5} {}_2F_1(1, mM + 0.5; mM + 1; m / (m + \alpha \gamma_{b0})) \quad (4.15)$$

A confiabilidade e taxa de erro de bit para a CRM pode ser encontrada em [25] para sinais correlacionados em um ambiente Nakagami, incluindo a análise aqui apresentada como caso particular.

4.3.6 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)

A taxa de erro de bit para esta técnica de combinação tem sido pouco explorada, quando comparada a outra técnica híbrida de combinação, principalmente devido a dificuldade de se formular o estágio de combinação dos sinais selecionados segundo um Ganho Igual. Com isto, a análise deste método vem sendo limitada a casos bem específicos e somente para condição Rayleigh de desvanecimento [9].

A partir da formulação apresentada para a confiabilidade deste método no capítulo anterior, pode-se obter a taxa de erro de bit para uma dada $prob(error|\gamma_b)$ a partir da densidade (3.35) e de (4.2). Fazendo uma troca de variáveis do tipo $a = \exp(-\gamma_b)$ para eliminar o limite superior igual a infinito de (4.2), tem-se que a equação para a taxa de erro de bit da SGI é dada por

$$P = \sqrt{\frac{l}{2\gamma_{b0}}} \int_0^h \int_{u_l}^{h-u_l} \int_{u_{l-1}}^{h-u_l-u_{l-1}} \dots \int_{u_3}^{h-\sum_{i=3}^l u_i} \frac{f(a)}{a\sqrt{-\ln(a)}} p\left(u_1 = h - \sum_{i=2}^l u_i, u_2, \dots, u_l\right) du_2 \dots du_l da \quad (4.16)$$

onde $h = \sqrt{-2l \ln(a)/\gamma_{b0}}$ e $f(a)$ é a probabilidade de erro de bit $prob(error|\gamma_b)$ escrita como função de a , dada por (4.13) para as técnicas de modulação aqui estudadas.

Vale lembrar que para o caso particular em que $l=1$, a taxa de erro de bit dada por (4.16) reduz para a da técnica CSP (4.7) no caso das técnicas não coerentes de modulação. Do mesmo modo, para $l=M$, a taxa de erro de bit reduz para o caso CGI (4.12).

4.3.7 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)

A performance desta técnica de combinação de diversidade vem sendo estudada tanto para canais Rayleigh [9,18] quanto para canais Nakagami [26], entretanto, sempre considerando casos específicos de número de ramos. Com a densidade de probabilidade genérica (3.38) em (4.2) – e realizando uma troca de variáveis do tipo $a = \exp(-\gamma_b)$ para eliminar o limite superior igual a infinito de (4.2) – obtém-se a equação para a taxa de erro de bit da SRM como

$$p = \frac{1}{\gamma_{b0}} \int_0^h \int_0^h \int_{\alpha_1}^{h-\alpha_1} \int_{\alpha_1}^{h-\alpha_1-\alpha_2} \dots \int_{\alpha_3}^{h-\sum_{i=3}^l \alpha_i} \frac{f(a)}{a} p(\alpha_1 = h - \sum_{i=2}^l \alpha_i, \alpha_2, \dots, \alpha_l) d\alpha_2 \dots d\alpha_l da \quad (4.17)$$

onde $h = -\ln(a)/\gamma_{b0}$ e a função de densidade de probabilidade é dada por (3.39). $f(a)$ é a probabilidade de erro de bit $prob(error|\gamma_b)$ normalizada como descrito anteriormente, sendo dada por (4.13).

4.4 Resultados

É importante notar que as formulações aqui apresentadas para a CGI, SGI e SRM podem ser aplicadas a qualquer esquema de modulação em que a taxa de erro de bit para um canal Gaussiano $prob(error|\gamma_b)$ seja conhecida, bastando fazer a normalização descrita anteriormente. A formulação apresentada também pode ser facilmente estendida para outros modelos de desvanecimento.

Pode-se observar na Figura 4.1 a taxa de erro de bit de um sinal Nakagami com condições de desvanecimento $m = 0.5$ e $m = 2$ para as técnicas de modulação estudadas.

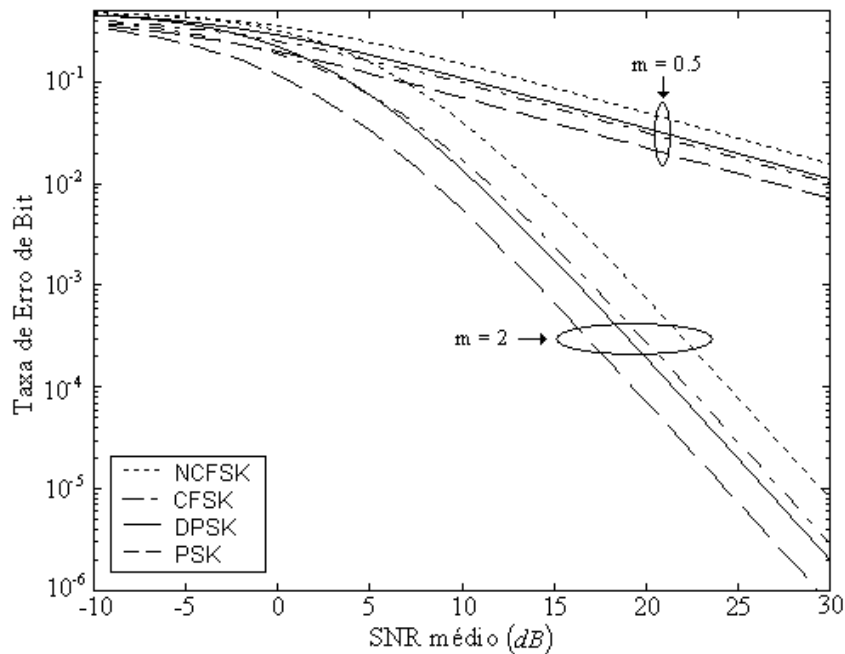


Figura 4.1: Taxa de Erro de Bit para um sinal Nakagami.

A partir deste gráfico, conclui-se que o desempenho das técnicas de modulação é fortemente influenciado pelo grau de desvanecimento do canal. Por exemplo, a modulação DPSK apresenta uma performance melhor do que a CFSK para uma condição de desvanecimento severa, enquanto que a DPSK apresenta uma taxa de erro maior do que a CFSK na condição menos severa de desvanecimento. Pode-se também observar que dentre as modulações estudadas, a modulação PSK apresenta sempre a menor taxa de erro e a NCFSK, a maior taxa de erro.

Para ilustrar a análise dos métodos de combinação de diversidade de uma forma comparativa, são apresentados os comportamentos de todos estes métodos para a modulação DPSK. O comportamento das outras técnicas de modulação aqui tratadas é completamente análogo ao caso particular aqui apresentado.

A Figura 4.2 apresenta a taxa de erro de bit para a CSP com $M = 1, 2, 3, 4$ e 6 para as condições de desvanecimento $m = 0.5$ e $m = 2$.

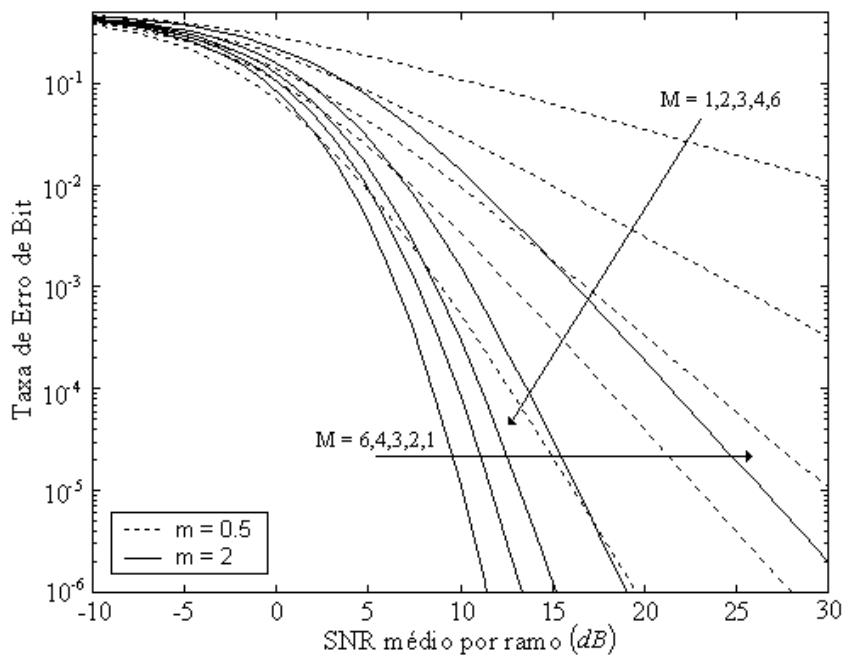


Figura 4.2: Taxa de Erro de Bit para a CSP – modulação DPSK.

Pode ser observado neste gráfico que, como consequência da melhoria do sinal de saída do combinador com o aumento do número de ramos, obtém-se uma menor taxa de erro para um maior número de ramos, considerando um dado valor médio dos sinais de entrada. O gráfico apresentado é coerente com as estatísticas de primeira ordem apresentadas no Capítulo 3, pois 1) apresenta sempre

uma melhor performance com o aumento do número de ramos e 2) para uma determinada probabilidade de erro, os ganhos obtidos com o uso de diversidade são melhores para uma situação mais severa de desvanecimento (no caso, $m = 0.5$) do que para uma melhor condição ($m = 2$).

A Figura 4.3 mostra a taxa de erro de bit para a CSL com γ_T/γ_{b0} igual à -10dB e -15dB com condição de desvanecimento $m = 0.5$, e γ_T/γ_{b0} igual à -5dB e -10dB com condição de desvanecimento $m = 2$. Para comparação, também são apresentadas as curvas $M = 1$ (sem diversidade) e $M = 2$ para o método CSP, além da taxa de erro de bit da CSL com o limiar em seu valor ótimo (4.11).

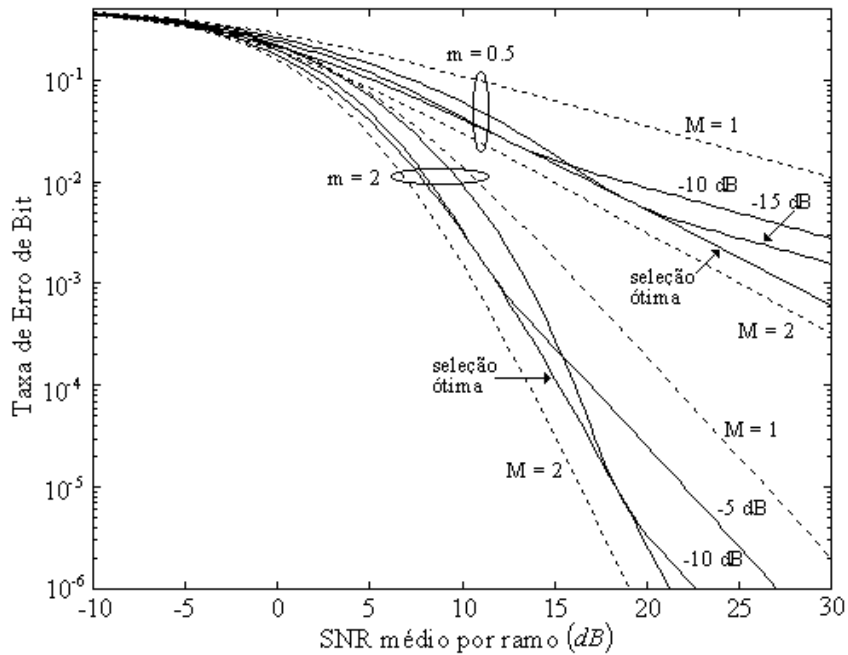


Figura 4.3: Taxa de Erro de Bit para a CSL – modulação DPSK.

Pode-se notar na Figura 4.3 que as curvas da probabilidade de erro deste método, assim como na confiabilidade, ficam confinadas entre dois casos particulares: a curva correspondente a um sinal Nakagami e a curva que representa o valor ótimo do limiar. Só que neste caso, o limiar ótimo não corresponde ao caso CSP, e sim com a situação descrita por (4.11) – que é pior do que a performance da CSP.

É possível observar que as curvas correspondentes a CSL possuem três regiões distintas: para valores abaixo, próximos e acima do valor $\gamma_T \cong \gamma_{b0}$ ótimo. Para valores de γ_{b0} menores ao da situação ótima, as curvas tendem rapidamente a situação ótima. Enquanto na confiabilidade a curva

da CSL apenas intercepta a situação ótima, na taxa de erro a curva fica próxima à situação ótima para uma região em torno do valor dado por (4.11). Para valores de γ_{b0} maiores ao da situação ótima, as curvas apresentam uma inclinação igual ao de um sinal Nakagami, com o combinador apresentando uma performance pior a medida que o valor SNR médio afasta-se do valor ótimo correspondente ao γ_T utilizado.

Para realizar uma análise comparativa dos métodos baseados na adição dos sinais de entrada, é apresentada a taxa de erro de bit das técnicas CGI e CRM para a modulação DPSK na Figura 4.4 (a curva correspondente a $M = 1$ para o caso $m = 2$ não é apresentada para ter-se maior clareza no gráfico).

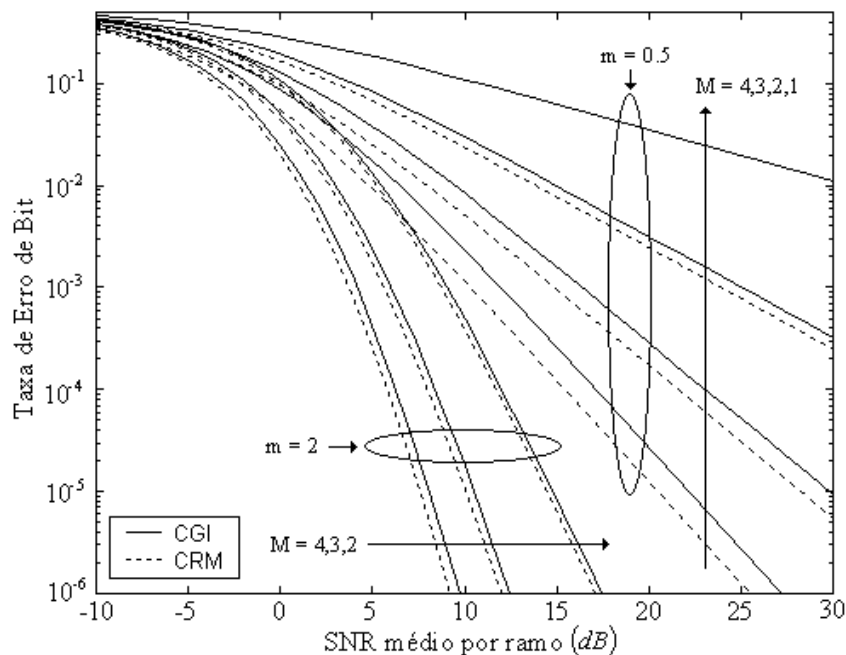


Figura 4.4: Taxa de Erro de Bit para a CGI e CRM – modulação DPSK.

Pode-se observar ao comparar as Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 a performance substancialmente melhor das técnicas baseadas na adição de sinais, CGI e CRM, do que das baseadas na seleção de um dos sinais, CSP e CSL. Pode-se também observar que para qualquer condição de desvanecimento, e para um número qualquer de ramos, a CRM apresenta uma performance melhor do que a CGI, conforme esperado. Entretanto, as duas técnicas possuem performance similar para 1) um número pequeno de ramos e 2) uma condição de desvanecimento menos severa.

A Figura 4.5 apresenta a taxa de erro de bit para a SGI com $M = 3$ e $l = 1, 2$ e 3 , além da curva correspondente à menor taxa de erro possível com o uso de 3 ramos de diversidade (CRM com $M = 3$). Assim como na confiabilidade, pode-se observar neste gráfico que na condição $m = 0.5$ o caso $l = 2$ apresenta uma performance melhor do que aquela para $l = 3$.

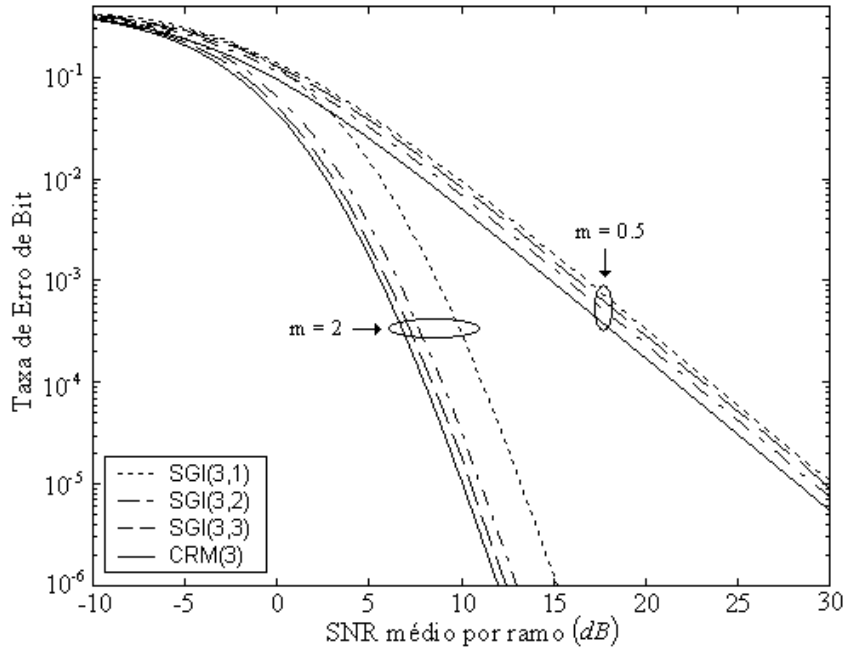


Figura 4.5: Taxa de Erro de Bit para a SGI e CRM – modulação DPSK ($M = 3$).

Esta inversão também pode ser observada na Figura 4.6, onde é apresentada a taxa de erro de bit para $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 junto com a taxa de erro da CRM com 4 ramos para as condições de desvanecimento $m = 0.5$ e $m = 2$. Para $m = 0.5$, o caso $l = 2$ praticamente coincide com $l = 3$, e estes dois casos se aproximam mais do mínimo teórico do que a situação $l = 4$. Este fenômeno não está relacionado com o esquema de modulação utilizado, e sim com a própria técnica de combinação – como observado anteriormente, a confiabilidade já apresentou este comportamento. Como a taxa de erro de bit é obtida ao se fazer uma média da função de densidade de probabilidade pela probabilidade condicional de erro (que independe de l), a taxa de erro irá refletir o comportamento da confiabilidade. Logo, conclui-se que a determinação do número ótimo de ramos a ser selecionado pode ser determinado diretamente da confiabilidade.

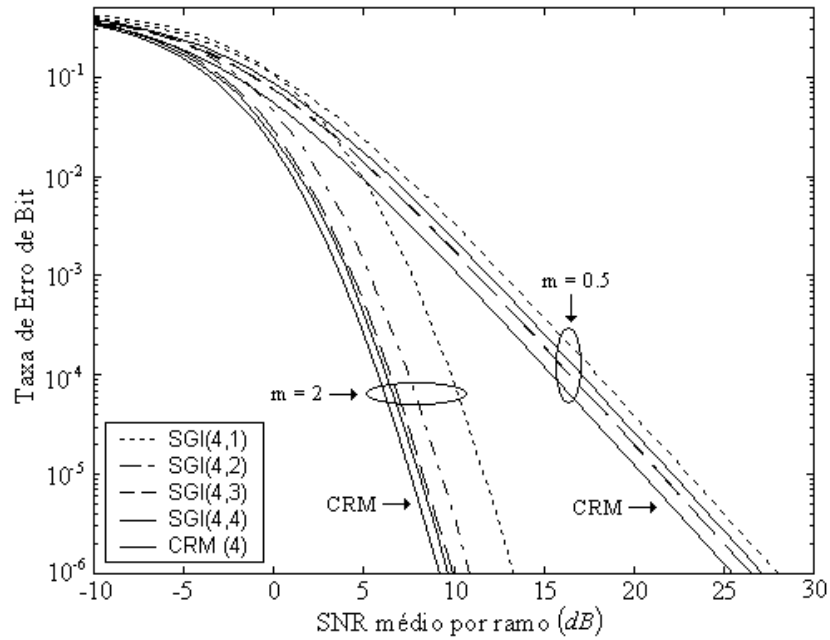


Figura 4.6: Taxa de Erro de Bit para a SGI e CRM – modulação DPSK ($M = 4$).

A taxa de erro de bit para a SRM é apresentada na Figura 4.7, considerando os casos $M = 3$ e $l = 1, 2$ e 3 para $m = 0.5$ e $m = 2$, além da taxa correspondente a CGI com $M = 3$. Considerando as mesmas condições de desvanecimento, a Figura 4.8 apresenta a taxa de erro de bit da SRM para o caso $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 e a curva correspondente à CGI com $M = 4$.

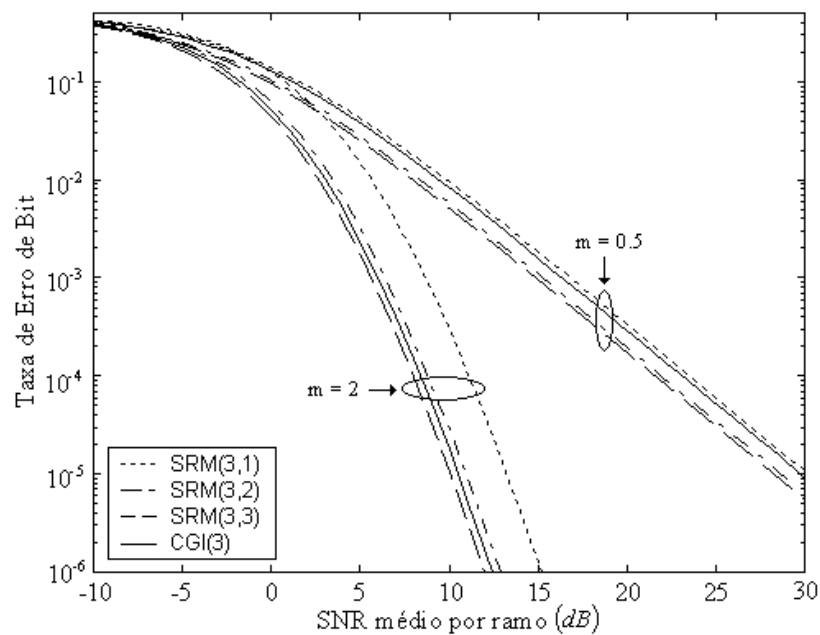


Figura 4.7: Taxa de Erro de Bit para a SRM e CGI – modulação DPSK ($M = 3$).

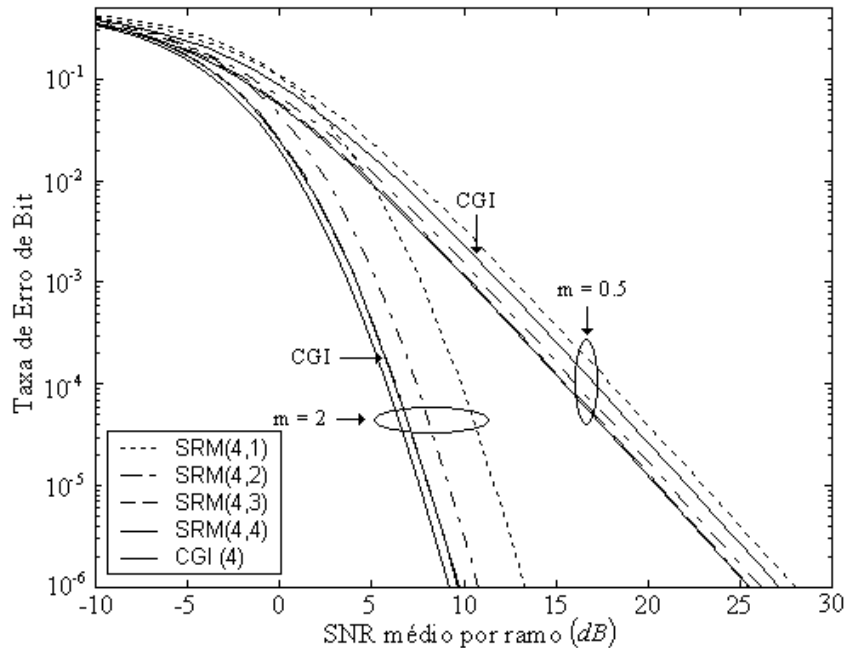


Figura 4.8: Taxa de Erro de Bit para a SRM e CGI – modulação DPSK ($M = 4$).

Pode-se observar pelas Figuras 4.7 e 4.8 que, como esperado, a técnica SRM apresentará melhor desempenho quanto maior for o número de ramos selecionados. A performance comparativa da CGI com a SRM segue exatamente o comportamento da confiabilidade: a performance da SRM é melhor do que a da CGI em condições mais severas de desvanecimento e pior para condições menos severas.

4.5 Conclusão

Apresentou-se neste capítulo uma formulação exata e geral para a obtenção da taxa de erro de bit para os métodos convencionais e híbridos de combinação de diversidade. As técnicas de modulação digital estudadas foram as versões coerente e não coerente do FSK e PSK, devido a sua facilidade de análise. Entretanto, os princípios básicos aqui desenvolvidos são os mesmos das técnicas adotadas nos sistemas rádio móvel digital atuais. A aplicação destas formulações foi ilustrada para a modulação DPSK.

É importante ressaltar que as formulações realizadas para a CGI, SGI e SRM são válidas para qualquer esquema de modulação em que a taxa de erro de bit em um canal Gaussiano seja conhecida. Estas formulações também são facilmente obtidas para qualquer modelo de desvanecimento.

Observou-se que as taxas de erro de bit apresentam comportamento análogo ao apresentado pela confiabilidade, conforme esperado. Isto é, para as técnicas convencionais de combinação, foi mostrado que na medida em que a condição do canal se torna menos severa as técnicas baseadas em algoritmos de seleção de sinais apresentam uma performance bem menos satisfatória do que aquelas técnicas baseadas na adição de sinais. Além disso, para uma condição de desvanecimento menos severa e para um menor número de ramos, a simples técnica CGI aproxima-se da performance da combinação ótima, a CRM. E para as técnicas híbridas de combinação, foi observado que a determinação do número ótimo de ramos a ser selecionado pode ser determinado diretamente da confiabilidade – sendo independente do esquema de modulação.

Capítulo 5

Estatísticas de Segunda Ordem

5.1 Introdução

A performance dos sistemas de comunicação sem fio é severamente influenciada pelos efeitos da propagação multipercorso. Em sistemas digitais, quando sinais desvanecem a um nível abaixo de determinado limiar – a sensibilidade do receptor, por exemplo – ocorrem *bursts* de erro. O uso de técnicas de combinação de diversidade é um dos possíveis meios de minimizar desvanecimentos severos, pois a medida que o número de ramos aumenta o valor SNR médio do sinal resultante aumenta, de modo que este cruza baixos níveis menos freqüentemente e altos níveis mais freqüentemente.

Estimar a taxa de ocorrência destes desvanecimentos – a taxa de cruzamento de níveis – e suas durações – a duração média de desvanecimento – é portanto de grande interesse. O objetivo deste capítulo é analisar de forma *exata* a taxa de cruzamento de nível e a duração média de desvanecimento do sinal resultante dos métodos de combinação de diversidade convencionais e híbridos.

Os resultados analíticos são validados ao reduzir o caso geral a alguns casos particulares em que a solução seja conhecida. Lee [27] investigou as estatísticas de segunda ordem da Combinação por Ganho Igual derivando a taxa de cruzamento e a duração média de desvanecimento de maneira aproximada em um ambiente Rayleigh. Adachi [28] analisou este problema de forma menos restritiva, considerando além da Combinação por Ganho Igual as técnicas de Combinação por Razão

Máxima e Combinação por Seleção Pura, mas em todos os casos para somente dois ramos de diversidade.

Primeiramente, será apresentada a formulação das estatísticas de segunda ordem. Esta formulação será aplicada em seguida para o caso Nakagami. Após ter sido realizada a análise da derivada temporal dos sinais resultantes do uso de diversidade, a formulação das estatísticas de segunda ordem também é aplicada aos diferentes métodos de combinação.

5.2 Taxa de Cruzamento de Nível e Duração Média de Desvanecimento

A taxa de cruzamento de nível é definida como o número médio de vezes em que um sinal cruza determinado nível, no sentido positivo, em um certo período de tempo. Denotando a derivada no tempo da envoltória resultante dos métodos de combinação r como \dot{r} e o nível de cruzamento como R , a taxa de cruzamento de nível N_R é estimada através de

$$N_R = \int_0^{\infty} \dot{r} p(\dot{r}, r = R) d\dot{r} \quad (5.1)$$

onde $p(\dot{r}, r = R)$ é a função de densidade de probabilidade conjunta de \dot{r} e r em $r = R$. A duração média de desvanecimento T_R é definida como o tempo médio que a envoltória resultante é encontrado abaixo do nível $r = R$ entre dois cruzamentos sucessivos, sendo obtida como

$$T_R = \frac{\text{prob}(r \leq R)}{N_R} = \frac{P(R)}{N_R} \quad (5.2)$$

onde $P(R)$ é a função de distribuição de probabilidade de r em $r = R$.

Estas estatísticas serão estimadas considerando que as envoltórias r_i nos ramos $i = 1, 2, \dots, M$ seguem a função de densidade de probabilidade de Nakagami $p(r_i)$, dada por (2.1), de modo que a função de densidade de probabilidade $p(\dot{r}_i)$ da derivada temporal \dot{r}_i do sinal r_i é dada por (2.17).

A Equação (5.1) é um resultado importante obtido em um dos clássicos trabalhos de S. O. Rice [29]. Na dedução da taxa de cruzamento de nível considera-se um intervalo no tempo dt pequeno o suficiente para que a curva y (que representa a envoltória) possa ser considerada uma linha reta, como observado na Figura 5.1.

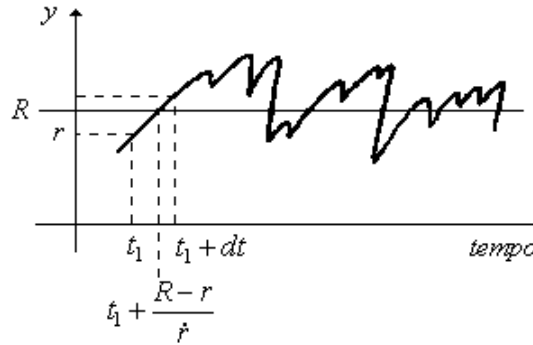


Figura 5.1: Ilustração da Dedução da Taxa de Cruzamento de Nível.

Caso a envoltória y em t_1 seja igual a $y = r$ e caso esta envoltória assumo o valor $y = R$ dentro do intervalo $t_1 < t < t_1 + dt$, então a interseção com $y = R$ ocorre em $t_1 + \frac{R-r}{\dot{r}}$, onde \dot{r} é a derivada temporal da envoltória no instante $t = t_1$. Desta forma, a seguinte relação é válida (com $R > r$):

$$t_1 < t_1 + \frac{R-r}{\dot{r}} < t_1 + dt \quad (5.3)$$

Considerando apenas cruzamentos no sentido positivo, ou seja $\dot{r} > 0$, esta última desigualdade pode ser escrita como

$$R - \dot{r}dt < r < R \quad (5.4)$$

Caso r e \dot{r} satisfaçam a inequação (5.4), então a envoltória assume o valor R no intervalo de tempo dt . A probabilidade deste evento é

$$prob = \int_0^{\infty} d\dot{r} \int_{R-i dt}^R dr p(r, \dot{r}; t_1) \quad (5.5)$$

Como o intervalo dt é muito pequeno, a envoltória é praticamente igual a R . Fazendo esta aproximação, a Equação (5.5) pode ser escrita como

$$\begin{aligned} prob &= \int_0^{\infty} [Rp(r = R, \dot{r}, t_1) - (R - i dt)p(r = R, \dot{r}, t_1)] d\dot{r} \\ &= dt \int_0^{\infty} \dot{r} p(r = R, \dot{r}, t_1) d\dot{r} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Ao estender este resultado para uma duração de tempo genérica, chega-se em (5.1) a partir de (5.6).

5.3 Estatísticas de Segunda Ordem de um Sinal Nakagami

A distribuição de Nakagami foi inferida através de inspeções de dados medidos em experimentos sobre desvanecimento rápido na propagação HF de longa distância [4]. Por a fórmula ser empírica, o modelo de Nakagami estava limitado a aplicações estatísticas de primeira ordem, de modo que o único modelo disponível para estatísticas de ordem superior para desvanecimento rápido era o de Rice (que inclui o modelo de Rayleigh). Entretanto, um modelo simples e exato da distribuição de Nakagami recentemente proposto [7] também fornece a densidade conjunta da envoltória e sua derivada temporal, fornecendo assim fórmulas exatas e fechadas para a taxa de cruzamento de nível e duração média de desvanecimento.

Definindo $\rho = (r = R)/r_{rms}$, a taxa de cruzamento de nível N_R de um sinal Nakagami – taxa com que a envoltória de um sinal Nakagami cruza um dado nível R – é dada por [7]

$$\frac{N_R}{f_m} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(m)} (m\rho^2)^{m-0.5} \exp(-m\rho^2) \quad (5.7)$$

e a duração média de desvanecimento T_R de um sinal Nakagami por [7]

$$T_R f_m = \frac{\Gamma(m, m\rho^2) \exp(m\rho^2)}{\sqrt{2\pi} (m\rho^2)^{m-0.5}} \quad (5.8)$$

Recente trabalho [30] mostrou que a taxa de cruzamento de nível de um sinal Nakagami fornece um excelente ajuste de dados experimentais.

5.4 Análise do Sinal Resultante dos Métodos de Combinação

Para realizar a análise das estatísticas de segunda ordem é necessário obter a função de densidade de probabilidade conjunta $p(\dot{r}, r)$ do sinal resultante r e de sua derivada temporal \dot{r} , para todos os métodos de combinação em questão.

5.4.1 Combinação por Seleção Pura (CSP) e por Limiar (CSL)

Como considera-se que todos os ramos seguem a distribuição de Nakagami, e que todos apresentam a mesma potência de ruído e o mesmo grau de desvanecimento, tem-se que os ramos são indistinguíveis entre si. Com isto, em qualquer instante a densidade $p(\dot{r})$ de \dot{r} é igual a de \dot{r}_i dado que r_i foi escolhido, isto é $p(\dot{r}) = p(\dot{r}_i | r_i - \text{seleccionado})$, onde $r_i - \text{seleccionado}$ é uma variável de decisão que segue uma política em que se escolhe um sinal dentre vários – tal como a CSP e a CSL. Então

$$p(\dot{r}) = p(\dot{r}_i | r_i - \text{seleccionado}) = \frac{p(\dot{r}_i, r_i - \text{seleccionado})}{p(r_i - \text{seleccionado})} \quad (5.9)$$

Como um sinal Nakagami e sua derivada temporal são processos independentes [7], isto é, r_i é independente de \dot{r}_i , $\forall i = 1, 2, \dots, M$, a decisão de seleccionar qualquer ramo só depende das envoltórias dos sinais nos ramos, sendo completamente insensível as suas derivadas. Portanto, $p(\dot{r}_i, r_i - \text{seleccionado}) = p(\dot{r}_i) \times p(r_i - \text{seleccionado})$ que, substituindo em (5.9), resulta em $p(\dot{r}) = p(\dot{r}_i)$.

Portanto, a partir de (2.17), tem-se que a derivada temporal dos sinais resultantes das CSP e CSL são dados por

$$p(\dot{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\dot{\sigma}}} \exp\left(-\frac{\dot{r}^2}{2\dot{\sigma}^2}\right) \quad (5.10)$$

Devido à independência dos ramos, isto é r_i independente de r_j , $\forall i \neq j = 1, 2, \dots, M$, e pelo fato dos sinais serem indistinguíveis, a densidade de r é igual a de r_i dado que o ramo i foi selecionado, isto é $p(r) = p(r_i | r_i - \text{selecionado})$. Da mesma forma, pode ser visto que $p(r, \dot{r}) = p(r_i, \dot{r}_i | r_i - \text{selecionado})$. Sabendo que r_i é independente de \dot{r}_i , então $p(r_i, \dot{r}_i | r_i - \text{selecionado}) = p(r_i | r_i - \text{selecionado}) \times p(\dot{r}_i | r_i - \text{selecionado})$. Novamente, devido à independência entre r_i e \dot{r}_i então $p(\dot{r}_i | r_i - \text{selecionado}) = p(\dot{r}_i)$ e, como mostrado anteriormente, $p(r_i | r_i - \text{selecionado}) = p(r)$. Então, $p(r, \dot{r}) = p(r_i, \dot{r}_i | r_i - \text{selecionado}) = p(r) \times p(\dot{r}_i)$. Observando que $p(\dot{r}_i) = p(\dot{r})$ obtém-se finalmente que

$$p(r, \dot{r}) = p(r) \times p(\dot{r}) \quad (5.11)$$

isto é, os sinais resultantes dos métodos CSP e CSL e suas respectivas derivadas temporais são independentes, com a densidade $p(\dot{r})$ de \dot{r} dada por (5.10).

5.4.2 Combinação por Ganho Igual (CGI)

Na CGI, os sinais recebidos com envoltórias r_i , $\forall i = 1, 2, \dots, M$, são colocados em mesma fase e adicionados de forma que a envoltória do sinal resultante do combinador r , já levando em consideração a potência do ruído resultante na saída do combinador, é escrito como

$$r = \sum_{i=1}^M r_i / \sqrt{M} \quad (5.12)$$

A derivada no tempo \dot{r} de r é obtida através da derivada de (5.12), de modo que

$$\dot{r} = \sum_{i=1}^M \dot{r}_i / \sqrt{M} \quad (5.13)$$

Multiplicando as duas equações anteriores e aplicando o operador esperança, obtém-se

$$E[r\dot{r}] = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M E[r_i \dot{r}_j] / M \quad (5.14)$$

Sabendo que r_i e r_j são independentes e que r_i e \dot{r}_i também são independentes, pode-se notar que r_i e \dot{r}_j , $\forall i \neq j = 1, 2, \dots, M$, também não guardam relação entre si. É importante notar que esta conclusão também vale para $i = j$.

Mais formalmente, pode-se demonstrar a independência entre r_i e \dot{r}_j , $\forall i \neq j = 1, 2, \dots, M$, usando-se a “desigualdade de processamento de dados” [31, página 32]. Para isto, usam-se as seguintes relações: 1) r_i é independente de r_j , $\forall i \neq j = 1, 2, \dots, M$, de modo que a informação mútua $I(r_i; r_j) = 0$ e 2) r_i é independente de \dot{r}_i , $\forall i = 1, 2, \dots, M$, de modo que a informação mútua $I(r_i; \dot{r}_i) = 0$. Com estas duas relações, pode-se afirmar que r_i , r_{i+k} , e \dot{r}_{i+k} formam uma Cadeia de Markov, denotada por $r_i \rightarrow r_{i+k} \rightarrow \dot{r}_{i+k}$, com $1 \leq i+k \leq M$ e $k \geq 1$. As variáveis aleatórias X , Y e Z , nesta ordem, formam uma Cadeia de Markov, denotada por $X \rightarrow Y \rightarrow Z$, se a distribuição condicional de Z depender somente de Y e for condicionalmente independente de X . Duas conseqüências importantes surgem desta definição: 1) $X \rightarrow Y \rightarrow Z$ se e somente se X e Z forem condicionalmente independentes entre si dado Y e 2) se $Z = f(Y)$ então $X \rightarrow Y \rightarrow Z$. A “desigualdade de processamento de dados” diz que se $X \rightarrow Y \rightarrow Z$, então $I(X; Y) \geq I(X; Z)$. Então, por esta desigualdade, conclui-se que nesta cadeia $I(r_i; r_{i+k}) \geq I(r_i; \dot{r}_{i+k})$. Como visto anteriormente, $I(r_i; r_{i+k}) = 0$, $\forall k \geq 1$, então $I(r_i; \dot{r}_{i+k}) = 0$, o que mostra que r_i e \dot{r}_{i+k} são independentes. Em particular, esta última assertiva é verdadeira não somente para $k \geq 1$ mas também para a condição $k = 0$ [7].

Finalmente, sabendo que r_i e \dot{r}_j , $\forall i = j = 1, 2, \dots, M$, são independentes, tem-se que (5.14) pode ser escrita como

$$E[r\dot{r}] = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M E[r_i]E[\dot{r}_j]}{M} = E\left[\sum_{i=1}^M r_i\right]E\left[\sum_{j=1}^M \dot{r}_j\right] / M = E[r]E[\dot{r}] \quad (5.15)$$

com isso conclui-se que r e \dot{r} são independentes. Então, $p(r, \dot{r}) = p(r) \times p(\dot{r})$.

A partir de (5.13) e (2.17), pode-se observar que \dot{r} é a soma de M variáveis aleatórias Gaussianas, cada uma delas com média nula e variância igual a $\sigma_i^2 = (\beta v r_{rms} / 2\sqrt{m})^2 / M$. Portanto, a densidade $p(\dot{r})$ é uma Gaussiana com média zero e variância $\sigma^2 = (\beta v r_{rms} / 2\sqrt{m})^2$. Conclui-se portanto que o sinal obtido com a CGI e sua derivada temporal são independentes, isto é, $p(r, \dot{r}) = p(r) \times p(\dot{r})$, com $p(\dot{r})$ dada por (5.10).

5.4.3 Combinação por Razão Máxima (CRM)

Neste método de combinação, os sinais recebidos são colocados em mesma fase, com cada sinal sendo amplificado de acordo com a combinação teórica ótima, de forma que a envoltória do sinal resultante r é dada por

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^M r_i^2} \quad (5.16)$$

e a derivada no tempo \dot{r} de r , obtida através da equação anterior, é igual a

$$\dot{r} = \left(\sum_{i=1}^M r_i \dot{r}_i \right) / r \quad (5.17)$$

Dado que as envoltórias r_i , $i = 1, 2, \dots, M$, seguem a distribuição de Nakagami, as variáveis \dot{r}_i , $i = 1, 2, \dots, M$, são variáveis aleatórias gaussianas de média zero e variância σ_i^2 . Considerando que as variáveis r_i sejam dadas – o que implica em considerar que r também é dado – pode-se ver através da equação linear (5.17) que \dot{r} , dado r e as variáveis r_i , é um somatório de Gaussianas (\dot{r}_i 's) que são multiplicadas e divididas pelas “constantes” r e r_i 's. Logo, \dot{r} , dado r e as variáveis r_i , é Gaussianas com média zero e desvio padrão $\sigma = \beta v r_{rms} / 2\sqrt{m}$, isto é, $p(\dot{r} | r) = p(\dot{r}_i)$. Como pode ser observado, $p(\dot{r} | r)$ é uma função somente de \dot{r} , sendo independente de r , de modo que $p(\dot{r} | r) = p(\dot{r})$. Das duas relações anteriores obtemos $p(\dot{r}) = p(\dot{r}_i)$. A densidade de probabilidade conjunta de \dot{r} e r é dada por $p(\dot{r}, r) = p(\dot{r} | r) \times p(r)$ de modo que

$$p(\dot{r}, r) = p(\dot{r}) \times p(r) \quad (5.18)$$

Logo, o sinal resultante da CRM e sua derivada temporal são independentes, isto é, $p(r, \dot{r}) = p(r) \times p(\dot{r})$, com $p(\dot{r})$ dada por (5.10).

5.4.4 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)

A técnica de combinação SGI envolve duas etapas, 1) seleção de l sinais dentre os L sinais de entrada e 2) combinação dos sinais escolhidos segundo o combinador Ganho Igual. Como o segundo processo é apenas um CGI pode-se rescrever (5.14) como

$$E[r\dot{r}] = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l E[r_i^{sel} \dot{r}_j^{sel}] / l \quad (5.19)$$

onde r_i^{sel} é um dos sinais selecionados na primeira etapa, \dot{r}_j^{sel} é a derivada temporal de outro sinal selecionado na primeira etapa, $i \neq j$, e r e \dot{r} são o sinal resultante da SGI e sua derivada.

Pode-se ver o processo de seleção como l processos simultâneos de seleção, sendo eles: um processo que escolhe o sinal de maior amplitude, um que escolhe o segundo sinal de maior amplitude

e assim sucessivamente até o processo em que se escolhe o l -ésimo sinal de maior amplitude. Desta forma tem-se que a análise desenvolvida anteriormente para as técnicas CSP e CSL vale para cada um destes processos individuais de escolha. Logo, pode-se concluir que, $\forall i = 1, 2, \dots, l$: 1) r_i^{sel} e \dot{r}_i^{sel} são independentes e 2) \dot{r}_i^{sel} são Gaussianas com média zero e variância $\sigma^2 = (\beta v r_{rms} / 2\sqrt{m})^2$. Entretanto, como visto anteriormente, 1) r_i^{sel} e r_j^{sel} não são independentes e 2) r_i^{sel} não segue a distribuição de Nakagami.

Como o processo de seleção da primeira etapa baseia-se somente nas envoltórias dos sinais nos ramos, sendo completamente insensível as suas derivadas, e como as envoltórias dos sinais de entrada no processo de seleção do SGI e suas derivadas são independentes, tem-se que \dot{r}_i^{sel} e \dot{r}_j^{sel} são independentes. Da mesma forma, pode-se observar que r_i^{sel} e \dot{r}_j^{sel} são independentes.

Com estes resultados, pode-se escrever (5.19) como

$$E[r\dot{r}] = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l E[r_i^{sel}] E[\dot{r}_j^{sel}] / l = E\left[\sum_{i=1}^l r_i^{sel}\right] E\left[\sum_{j=1}^l \dot{r}_j^{sel}\right] / l = E[r] E[\dot{r}] \quad (5.20)$$

de modo que $p(r, \dot{r}) = p(r) \times p(\dot{r})$. Portanto, a densidade $p(\dot{r})$ é uma Gaussiana com média zero e variância $\sigma^2 = (\beta v r_{rms} / 2\sqrt{m})^2$ e r e \dot{r} são independentes.

5.4.5 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)

Como a primeira etapa – processo de seleção – da SRM é idêntico ao da SGI, tem-se que as seguintes propriedades ainda valem: 1) r_i^{sel} e \dot{r}_i^{sel} são independentes, 2) \dot{r}_i^{sel} são Gaussianas com média zero e variância $\sigma^2 = (\beta v r_{rms} / 2\sqrt{m})^2$, 3) \dot{r}_i^{sel} e \dot{r}_j^{sel} são independentes e 4) r_i^{sel} e \dot{r}_j^{sel} são independentes.

Na segunda etapa – combinação por Razão Máxima – tem-se que

$$\dot{r} = \left(\sum_{i=1}^l r_i^{sel} \dot{r}_i^{sel} \right) / r \quad (5.21)$$

Seguindo o raciocínio da CRM, considerando que as variáveis r_i^{sel} sejam dadas, e consequentemente r , pode-se ver através da equação *linear* (5.21) que \dot{r} , dado r e as variáveis r_i^{sel} , é um somatório de Gaussianas (\dot{r}_i^{sel} 's) que são multiplicadas e divididas pelas “constantes” r e r_i^{sel} 's. Utilizando as quatro características dos sinais resultantes do processo de seleção, chega-se a conclusão que \dot{r} , dado r e as variáveis r_i^{sel} , é Gaussiana com média zero e desvio padrão $\dot{\sigma} = \beta v r_{rms} / 2\sqrt{m}$, isto é, $p(\dot{r} | r) = p(\dot{r}_i^{sel})$ e, como pode ser observado, é uma função somente de \dot{r} , sendo independente de r , de modo que $p(\dot{r} | r) = p(\dot{r})$. Logo, $p(\dot{r}) = p(\dot{r}_i^{sel})$. A densidade de probabilidade conjunta de \dot{r} e r é dada por $p(\dot{r}, r) = p(\dot{r} | r) \times p(r)$ de modo que $p(\dot{r}, r) = p(\dot{r}) \times p(r)$. Assim, para a SRM, r e \dot{r} são independentes, com $p(\dot{r})$ sendo dada por (5.10).

5.5 Estatísticas de Segunda Ordem

Um importante resultado aqui obtido é sobre a densidade da derivada temporal da envoltória da saída dos diferentes combinadores. Em todos os esquemas de combinação foi verificado que esta densidade é idêntica à densidade da derivada de uma envoltória Nakagami, que é uma densidade Gaussiana de média zero e desvio padrão $\dot{\sigma} = \beta v r_{rms} / 2\sqrt{m}$ (com $\beta v = (2\pi/\lambda)v = 2\pi f_m$, onde f_m é o deslocamento Doppler máximo, dado em Hertz). Outro resultado de igual valor é a independência entre a envoltória do sinal resultante e a sua derivada temporal para todos os métodos de combinação. Com estes dois resultados, tem-se que (5.1), no caso dos sinais resultantes destes métodos de combinação, reduz para

$$N_R = \frac{\dot{\sigma}}{\sqrt{2\pi}} p(r = R) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_m \frac{r_{rms}}{\sqrt{m}} p(r = R) \quad (5.22)$$

Vale notar que os resultados do item 5.4, assim como (5.22), também são válidos para os ambientes Rayleigh e Rice, por as envoltórias nestes ambientes também serem independentes de suas derivadas no tempo e por estas derivadas serem dadas por (5.10).

5.5.1 Combinação por Seleção Pura (CSP)

Com a densidade de probabilidade desta técnica de combinação (3.3) em (5.22), obtém-se a taxa de cruzamento de nível N_R para a CSP, que é dada por

$$\frac{N_R}{f_m} = \sqrt{2\pi} M(m\rho^2)^{m-0.5} \exp(-m\rho^2) \frac{\Gamma^{M-1}(m, m\rho^2)}{\Gamma^M(m)} \quad (5.23)$$

onde $\rho = (r = R)/r_{rms}$. E, a partir da relação (5.2) e de (3.4) e (5.23), obtém-se a duração média de desvanecimento T_R para este método como

$$T_R f_m = \frac{\Gamma(m, m\rho^2) \exp(m\rho^2)}{\sqrt{2\pi} M(m\rho^2)^{m-0.5}} \quad (5.24)$$

5.5.2 Combinação por Seleção por Limiar (CSL)

Com as relações (5.22) e (3.9) a taxa de cruzamento de nível para a CSL é calculada como

$$\frac{N_R}{f_m} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(m)} \left[1 + \frac{\Gamma(m, m\rho_T^2)}{\Gamma(m)} \right] (m\rho^2)^{m-0.5} \exp(-m\rho^2), & \rho > \rho_T \\ \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(m)} \left[\frac{\Gamma(m, m\rho_T^2)}{\Gamma(m)} \right] (m\rho^2)^{m-0.5} \exp(-m\rho^2), & \rho \leq \rho_T \end{cases} \quad (5.25)$$

e, com (5.2), (5.25) e (3.8), a duração média de desvanecimento é formulada como

$$T_R f_m = \begin{cases} \frac{\Gamma(m, m\rho^2) - \Gamma(m, m\rho_T^2) [1 + \Gamma(m, m\rho_T^2)/\Gamma(m)]^{-1}}{\sqrt{2\pi} (m\rho^2)^{m-0.5} \exp(-m\rho^2)}, & \rho > \rho_T \\ \frac{\Gamma(m, m\rho^2) \exp(m\rho^2)}{\sqrt{2\pi} (m\rho^2)^{m-0.5}}, & \rho \leq \rho_T \end{cases} \quad (5.26)$$

onde, nas duas equações anteriores, $\rho_T = (r = R_T)/r_{rms}$.

5.5.3 Combinação por Ganho Igual (CGI)

A taxa de cruzamento para a CGI pode ser obtida diretamente de sua densidade de probabilidade (3.21) e da relação (5.22) como

$$\frac{N_R}{f_m} = \sqrt{\frac{M\pi}{m}} \int_0^{\rho\sqrt{2M}} \int_0^{\rho\sqrt{2M}-u_M} \dots \int_0^{\rho\sqrt{2M}-\sum_{i=3}^M u_i} p(u_1 = \rho\sqrt{2M} - \sum_{i=2}^M u_i, u_2, \dots, u_M) du_2 \dots du_M \quad (5.27)$$

A duração média de desvanecimento, obtida com (3.20), (5.27) em (5.2), é dada por

$$T_R f_m = \sqrt{\frac{m}{\pi M}} \frac{\int_0^{\sqrt{2M}\rho} \int_0^{\sqrt{2M}\rho-u_M} \dots \int_0^{\sqrt{2M}\rho-\sum_{i=2}^M u_i} p(u_1, \dots, u_M) du_1 \dots du_M}{\int_0^{\sqrt{2M}\rho} \int_0^{\sqrt{2M}\rho-u_M} \dots \int_0^{\sqrt{2M}\rho-\sum_{i=3}^M u_i} p(u_1 = \rho\sqrt{2M} - \sum_{i=2}^M u_i, u_2, \dots, u_M) du_2 \dots du_M} \quad (5.28)$$

Nas duas últimas equações, a função de densidade conjunta $p(u_1, \dots, u_M)$ é dada por (3.14).

5.5.4 Combinação por Razão Máxima (CRM)

Com as equações (5.22) e (3.29) a taxa de cruzamento N_R para a CRM é calculada como

$$\frac{N_R}{f_m} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(mM)} (m\rho^2)^{mM-0.5} \exp(-m\rho^2) \quad (5.29)$$

Com as expressões da taxa de cruzamento (5.29) e distribuição de probabilidade (3.30), a duração média de desvanecimento T_R é obtida através de (5.2) como

$$T_R f_m = \frac{\Gamma(mM, m\rho^2) \exp(m\rho^2)}{\sqrt{2\pi} (m\rho^2)^{mM-0.5}} \quad (5.30)$$

5.5.5 Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI)

A taxa de cruzamento da SGI, obtida com o uso de (5.22) e (3.33), é dada por

$$\frac{N_R}{f_m} = \sqrt{\frac{l\pi}{m}} \int_0^{\rho\sqrt{2l}} \int_{u_l}^{\rho\sqrt{2l}-u_l} \dots \int_{u_3}^{\frac{\rho\sqrt{2l}-\sum_{i=3}^l u_i}{2}} p\left(u_1 = \rho\sqrt{2l} - \sum_{i=2}^l u_i, \dots, u_l\right) du_2 \dots du_{l-1} du_l \quad (5.31)$$

enquanto a duração média de desvanecimento, obtida com as relações (5.2), (3.32) e (5.31), é calculada como

$$T_R f_m = \sqrt{\frac{m}{l\pi}} \frac{\int_0^{\rho\sqrt{2l}} \int_{u_l}^{\rho\sqrt{2l}-u_l} \dots \int_{u_3}^{\frac{\rho\sqrt{2l}-\sum_{i=3}^l u_i}{2}} \int_{u_2}^{\rho\sqrt{2l}-\sum_{i=2}^l u_i} p(u_1, \dots, u_l) du_1 du_2 \dots du_{l-1} du_l}{\int_0^{\rho\sqrt{2l}} \int_{u_l}^{\rho\sqrt{2l}-u_l} \dots \int_{u_3}^{\frac{\rho\sqrt{2l}-\sum_{i=3}^l u_i}{2}} p\left(u_1 = \rho\sqrt{2l} - \sum_{i=2}^l u_i, \dots, u_l\right) du_2 \dots du_{l-1} du_l} \quad (5.32)$$

onde a função de densidade de probabilidade das duas últimas equações é dada por (3.31).

5.5.6 Combinação por Seleção/Razão Máxima (SRM)

Com (5.22) e (3.41) a taxa de cruzamento de nível para este esquema de combinação é calculada como

$$\frac{N_R}{f_m} = \sqrt{\frac{2\pi}{m}} \rho \int_0^{\rho^2} \int_{\alpha_l}^{\rho^2-\alpha_l} \dots \int_{\alpha_3}^{\frac{\rho^2-\sum_{i=3}^l \alpha_i}{2}} p\left(\alpha_1 = \rho^2 - \sum_{i=2}^l \alpha_i, \alpha_2, \dots, \alpha_l\right) d\alpha_2 \dots d\alpha_l \quad (5.33)$$

A partir da relação (5.2) e de (3.40) e (5.33), obtém-se a duração média de desvanecimento T_R para a SRM como

$$T_R f_m = \sqrt{\frac{m}{2\pi}} \frac{\int_0^{\rho^2} \int_{\alpha_1}^{\rho^2 - \alpha_1} \dots \int_{\alpha_{l-1}}^{\rho^2 - \sum_{i=2}^{l-1} \alpha_i} p(\alpha_1, \dots, \alpha_l) d\alpha_1 \dots d\alpha_l}{\rho \int_0^{\rho^2} \int_{\alpha_1}^{\rho^2 - \alpha_1} \int_{\alpha_{l-1}}^{\rho^2 - \alpha_1 - \alpha_{l-1}} \dots \int_{\alpha_3}^{\rho^2 - \sum_{i=3}^l \alpha_i} p(\alpha_1 = \rho^2 - \sum_{i=2}^l \alpha_i, \alpha_2, \dots, \alpha_l) d\alpha_2 \dots d\alpha_l} \quad (5.34)$$

Nas duas últimas equações a função de densidade de probabilidade conjunta é dada por (3.36) ou por (3.39), quando conveniente.

5.6 Resultados

Um resultado muito importante obtido neste capítulo é sobre a densidade da derivada temporal da envoltória resultante dos diferentes métodos de combinação. Tanto nas técnicas convencionais de combinação quanto nas híbridas, foi verificado que esta densidade é idêntica a densidade da derivada da envoltória de um sinal Nakagami, que é uma Gaussiana de média nula e desvio padrão $\beta v \sqrt{r_{rms}^2 / m} / 2$.

As fórmulas desenvolvidas neste capítulo podem ser confirmadas para os casos especiais a seguir. Fazendo o parâmetro de desvanecimento $m=1$, as fórmulas obtidas para as técnicas convencionais reduzem para formulações já disponíveis na literatura ([32] para a CSP e CSL e [33] para a CGI e CRM). O caso $m=1$ e $M=2$ da CSP também é encontrado em [27], [28] e [3]. Para o caso de um ramo de diversidade ($M=1$), as fórmulas deterioram para aquelas em [7], como esperado. As formulações das técnicas híbridas de combinação deterioram para as da CSP quando $l=1$, e para as formulações da CGI e CRM quando $l=M$ nas técnicas SGI e SRM, respectivamente. Para a técnica CSL, limiares com valores bem baixos (por exemplo, $\rho_T = 0$) ou muito altos (por exemplo, $\rho_T \rightarrow \infty$) fazem com que a formulação deste método deteriore para o caso de um único ramo de diversidade [7]. Mais genericamente, um bloco de simulação implementando os diferentes métodos de combinação foi incluído em um simulador do canal rádio móvel [10]. Os

resultados da formulação analítica foram extensivamente comparadas com os resultados da simulação e uma completa concordância foi obtida.

As Figuras 5.2 e 5.3 mostram a taxa de cruzamento de nível das técnicas convencionais para $m = 0.5$ e $m = 2$, respectivamente. As curvas apresentadas correspondem a $M = 1, 2$ e 4 para a CSP, CGI e CRM e $\rho_T = 10$ dB para a CSL ($M = 2$, implicitamente).

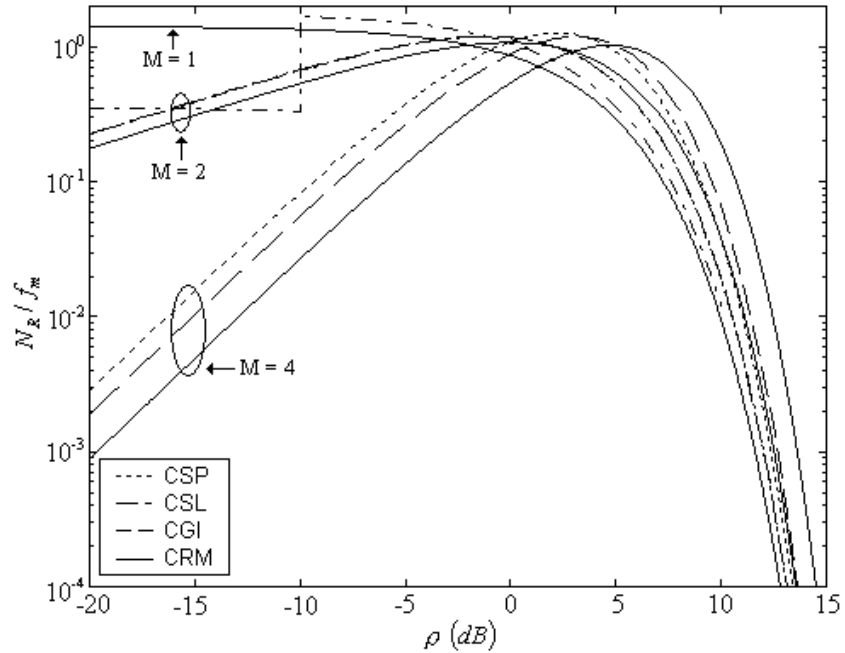


Figura 5.2: Taxa de Cruzamento de Nível para CSP, CSL, CGI e CRM com $m = 0.5$.

Pode ser observado, em ambas as Figuras, que como conseqüência da melhoria do sinal de saída com o aumento do número de ramos, baixos níveis são cruzados menos freqüentemente enquanto que altos níveis são cruzados mais freqüentemente. Pode-se também notar que a CGI e a CRM apresentam performances similares enquanto a performance da CSP é bem distinta de ambas, com esta diferença tornando-se mais notável com o aumento do número de ramos e com a melhoria da condição de desvanecimento. Para o caso particular $m = 0.5$ e $M = 2$, as performances da CGI e CSP são bem próximas, com a CGI sendo um pouco melhor, apesar das curvas serem quase indistinguíveis uma da outra na Figura 5.2. Como esperado, o sinal resultante da CSP é o que cruza mais vezes baixos níveis e menos vezes altos níveis quando comparado com os cruzamentos das CGI e CRM.

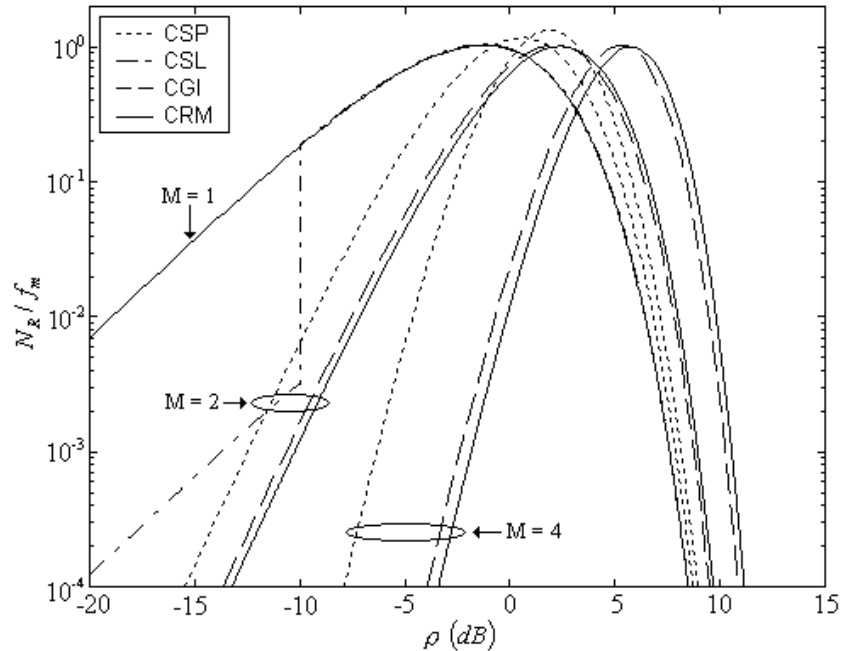


Figura 5.3: Taxa de Cruzamento de Nível para CSP, CSL, CGI e CRM com $m = 2$.

É também interessante notar que a CSL apresenta uma descontinuidade no limiar. O que é esperado, pois, ao contrário da CSP em que a comparação na seleção é entre sinais, na CSL a comparação é entre um sinal e o limiar. Portanto, na CSP, no instante em que se seleciona um novo sinal, o sinal previamente usado e o novo estão aproximadamente no mesmo nível (na teoria, no mesmo nível). Na CSL, por causa da independência entre os ramos, quando um ramo é selecionado os dois ramos podem estar em níveis completamente diferentes.

O sinal resultante da CSL permanece abaixo do limiar somente no caso de uma troca de sinais sem sucesso, isto é, quando o sinal sendo usado cai abaixo do limiar e o novo ramo selecionado também está com nível abaixo do limiar. Abaixo do limiar, a taxa de cruzamento do sinal de saída está bem abaixo do caso de um ramo ($M = 1$). No caso de uma troca de sinais com sucesso, o novo ramo selecionado tem sinal acima do limiar. Acima do limiar, a taxa de cruzamento da saída do combinador excede aquela do caso de um ramo – mas tende a esta rapidamente. Note em (5.25) que para um dado limiar a taxa de cruzamento de nível é igual à de um único ramo multiplicada por uma constante K ($K = \Gamma(m, m\rho_T^2)/\Gamma(m)$ para $\rho \leq \rho_T$ e $K = 1 + \Gamma(m, m\rho_T^2)/\Gamma(m)$ para $\rho > \rho_T$). O fato da taxa de cruzamento da CSL se relacionar com aquela de um único ramo por meio de uma constante, como mostrado pela formulação apresentada, foi observada em [34] para o caso Rayleigh através de experimentos práticos.

As Figuras 5.4 e 5.5 comparam a duração média de desvanecimento para $m = 0.5$ e $m = 2$, respectivamente, para os métodos de combinação convencionais. As curvas apresentadas correspondem a $M = 1, 2$ e 4 para as técnicas CSP, CGI e CRM e $\rho_T = 10$ dB para a CSL (M = 2, implicitamente).

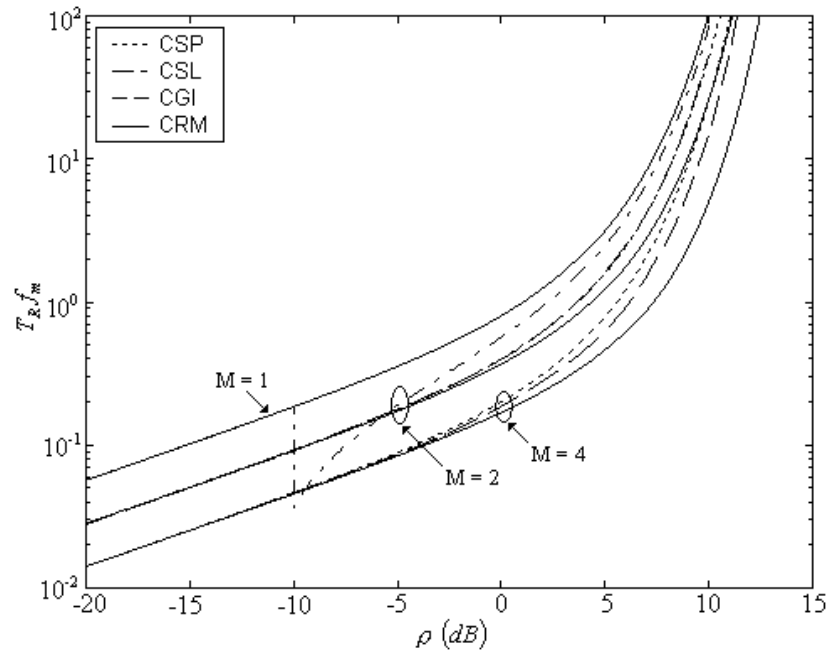


Figura 5.4: Duração Média de Desvanecimento para CSP, CSL, CGI e CRM com $m = 0.5$.

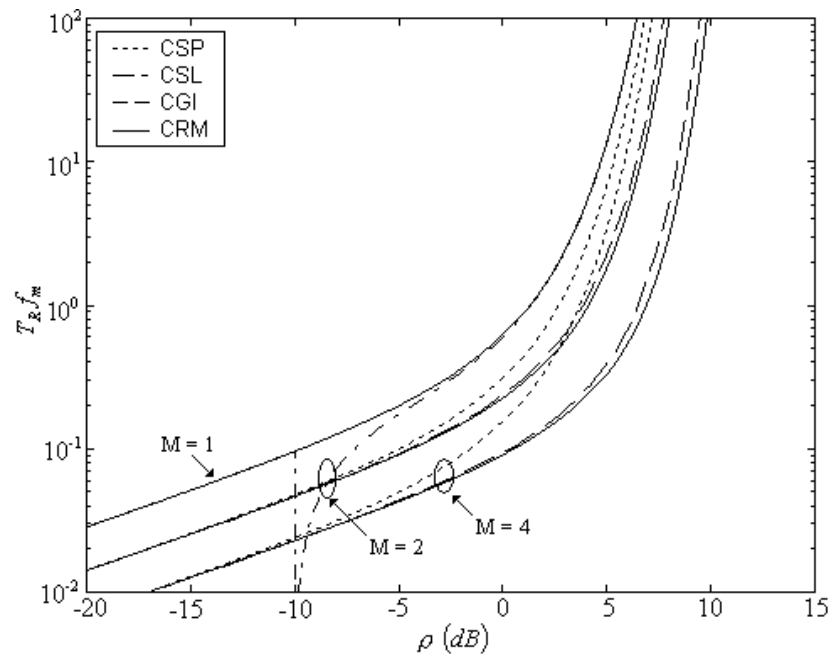


Figura 5.5: Duração Média de Desvanecimento para CSP, CSL, CGI e CRM com $m = 2$.

Pode ser observado pelas duas Figuras que, para as duas condições de desvanecimento, o sinal permanece menos tempo em desvanecimento como consequência da melhoria do sinal com o aumento no número de ramos. Ambas as figuras mostram que as CSP, CGI e CRM resultam em duração média de desvanecimento praticamente idênticas para níveis baixos de sinal mas as curvas para a CSP se distanciam das curvas para CGI e CRM em um dado nível (aproximadamente -5 dB para os casos aqui mostrados). O nível em que estas curvas se distanciam uma das outras se torna menor a medida em que o desvanecimento torna-se menos severo ou, equivalentemente, com o aumento no número de ramos.

É interessante notar que, para um dado nível de cruzamento, a duração média de desvanecimento de um CSP de M ramos é igual a $1/M$ da duração de um sinal Nakagami (um ramo de diversidade). E com relação à técnica CSL, para níveis abaixo do limiar, a duração média de desvanecimento da saída do combinador coincide com aquela de um único ramo e, acima do limiar, tende rapidamente para a curva correspondente de um único ramo – como na taxa de cruzamento de nível. A CSL resulta em uma duração média de desvanecimento menor do que todas as outras técnicas mas em uma faixa bem limitada de sinais e para níveis de sinal bem baixos.

A taxa de cruzamento de nível e a duração média de desvanecimento da SGI são apresentadas, respectivamente, nas Figuras 5.6 e 5.7, para o caso $M = 4$ e $l = 1, 2, 3$ e 4 .

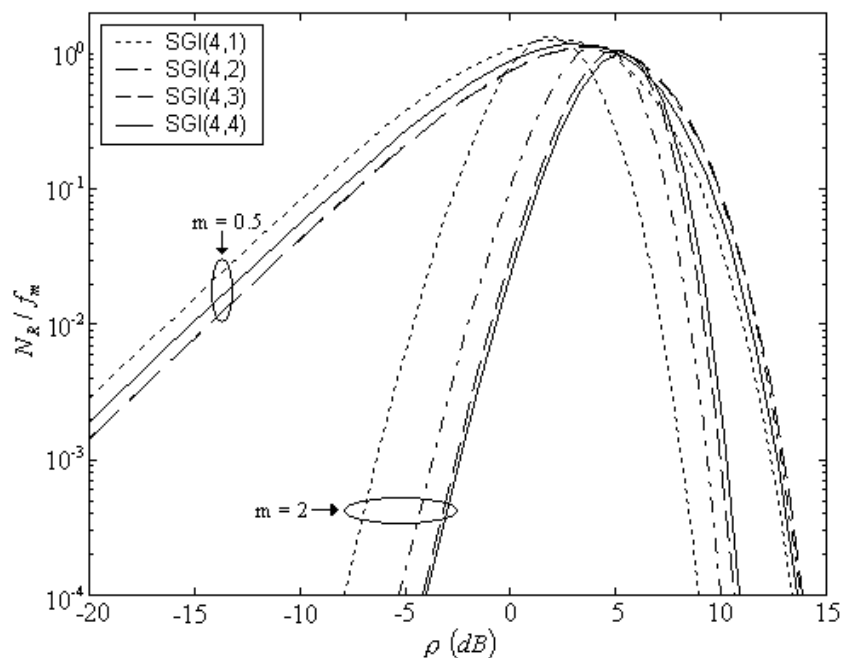


Figura 5.6: Taxa de Cruzamento de Nível para a SGI, com $m = 0.5$ e $m = 2$.

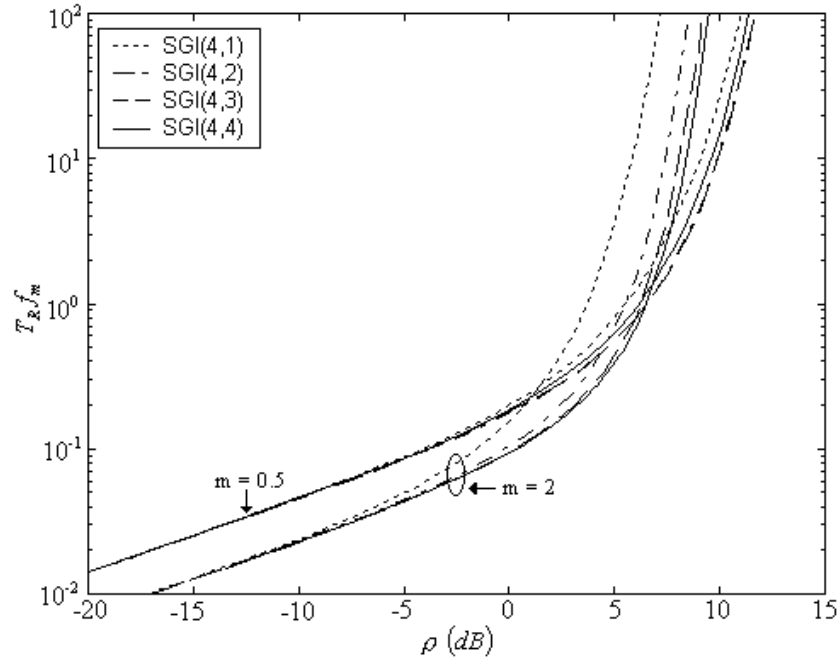


Figura 5.7: Duração Média de Desvanecimento para a SGI, com $m = 0.5$ e $m = 2$.

Assim como na confiabilidade e na taxa de erro, para a condição mais severa de desvanecimento, o caso $l=2$ é praticamente coincidente com $l=3$, e estes dois casos tem uma performance melhor do que a situação $l=4$. Para uma melhor condição de desvanecimento ($m=2$), obtém-se uma melhor performance a medida que o número de sinais selecionados aumenta – como nos outros métodos de combinação. Pode-se também notar que os casos $l=2, 3$ e 4 tendem a ter um desempenho próximo a medida que a condição de desvanecimento torna-se menos severa; enquanto que o caso $l=1$ tende a ter uma performance bem inferior a apresentada pelos outros casos.

Observa-se na Figura 5.7 que a duração média de desvanecimento de todas as curvas correspondentes a $M=4$, para um determinado grau de desvanecimento, são aproximadamente as mesmas para baixos níveis de sinal. As performances tendem a ser diferente em torno de -5 dB – com a curva do caso $l=1$ se afastando bem mais do que as outras com o aumento do nível do sinal resultante.

Nas Figuras 5.8 e 5.9 são apresentadas as estatísticas de segunda ordem para a SRM, considerando condições de desvanecimento $m=0.5$ e $m=2$, para número de ramos $M=4$ e número de sinais selecionados $l=1, 2, 3$ e 4 .

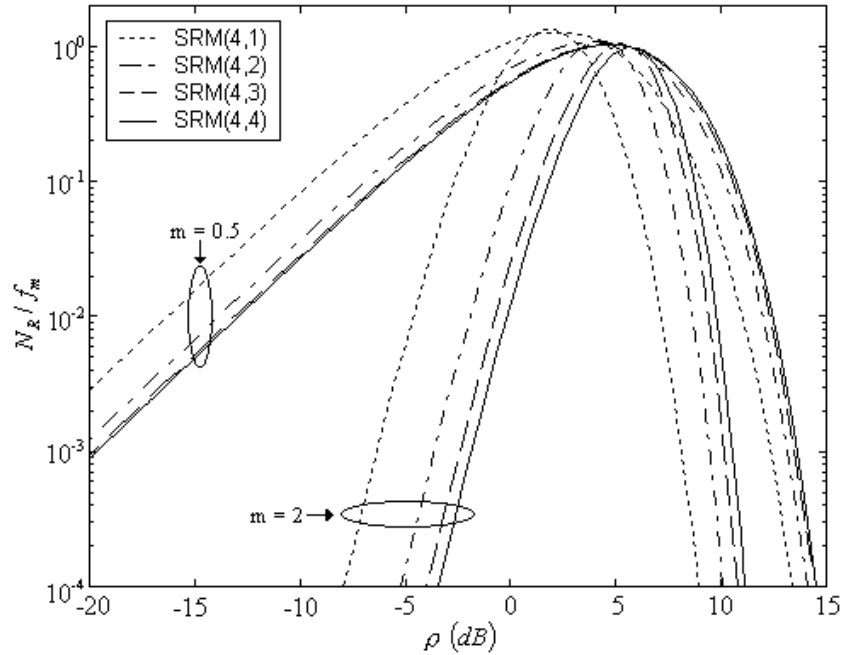


Figura 5.8: Taxa de Cruzamento de Nível para a SRM, com $m = 0.5$ e $m = 2$.

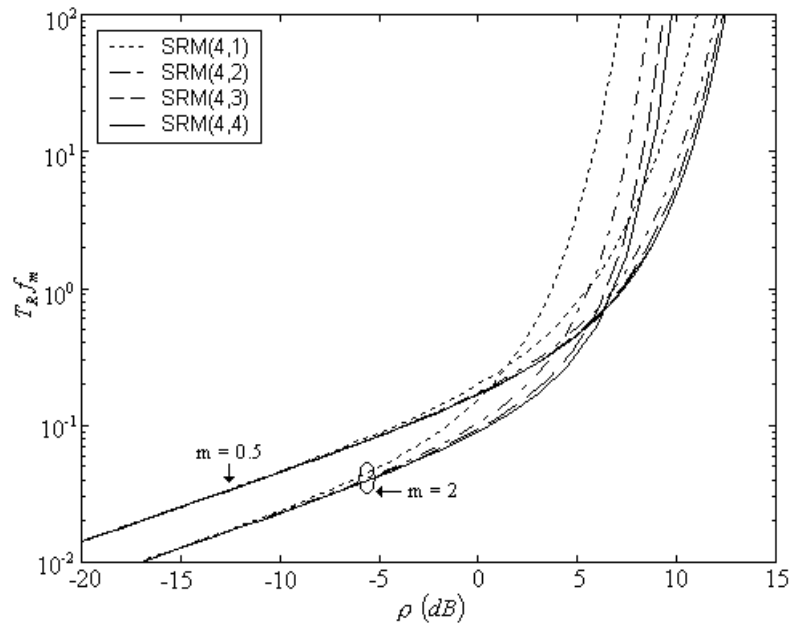


Figura 5.9: Duração Média de Desvanecimento para a SRM, com $m = 0.5$ e $m = 2$.

Pode-se observar nestas figuras que a diferença na performance das quatro configurações do combinador SRM tende a acentuar a medida que a condição de desvanecimento torna-se menos

severa. Assim como na SGI, todas as curvas da duração média de desvanecimento para um determinado grau de desvanecimento são aproximadamente as mesmas para baixos níveis de sinal.

Apesar dos resultados apresentados neste Capítulo serem os mesmos da confiabilidade e taxa de erro de bit, como esperado, a formulação apresentada servem para quantificar a taxa de cruzamento de nível e duração média de desvanecimento para este método.

5.7 Conclusão

Uma formulação *exata* para a taxa de cruzamento de nível e duração média de desvanecimento para os métodos de combinação de diversidade convencionais e híbridas foi apresentada. A análise aqui realizada considerou o ambiente genérico de Nakagami. As fórmulas obtidas foram validadas ao reduzir o caso geral a alguns casos particulares em que a solução é conhecida e, mais genericamente, por meios de simulação.

Com relação as técnicas convencionais de combinação, concluiu-se, que para um número pequeno de ramos, as performances da CSP, CGI e CRM são semelhantes. Mas a medida que o número de ramos aumenta, a performance da CSP se distancia das duas outras técnicas apresentando uma performance fraca. Já as performances das CGI e CRM são similares para toda faixa prática de níveis de sinais. Pode-se dizer, genericamente, que a performance da CSL é a menos satisfatória dentre as técnicas convencionais de combinação, seguida pelas técnicas CSP, CGI e CRM, nesta ordem.

As estatísticas de segunda ordem das técnicas híbridas de combinação mostraram que a diferença na performance dos diferentes casos de números de sinais selecionados tende a aumentar a medida que a severidade do desvanecimento diminui. Como esperado, estas técnicas apresentaram comportamento análogo aos apresentados na confiabilidade e taxa de erro de bit.

Capítulo 6

Conclusões

6.1 Considerações Finais

A proposta desta Tese foi realizar um estudo analítico dos sinais resultantes dos diferentes métodos de combinação de diversidade, através de formulações *exatas* e *genéricas* para a confiabilidade, taxas de erro de bit e estatísticas de segunda ordem. Esta análise proporcionou uma solução genérica para o problema de combinação de diversidade, ao considerar um número arbitrário de ramos de diversidade e o ambiente Nakagami de desvanecimento.

Considerou-se que os sinais em cada ramo de diversidade fossem independentes, de mesmo valor médio γ_0 e de mesmo grau de desvanecimento (todos os sinais com mesmo parâmetro m de Nakagami). Foram considerados os métodos convencionais de diversidade – Combinação por Seleção Pura (CSP), por Limiar (CSL), por Ganho Igual (CGI) e por Razão Máxima (CRM) – e os métodos híbridos de combinação propostos recentemente – Combinação por Seleção/Ganho Igual (SGI) e por Seleção/Razão Ótima (SRM).

A consideração de um ambiente Nakagami possibilitou o estudo da performance destes métodos de combinação com relação a condição de desvanecimento, por este ambiente descrever a figura completa de desvanecimento. Isto levou à importante conclusão de que os métodos de combinação são profundamente influenciados pelo grau do desvanecimento, ocorrendo situações em que diferentes métodos apresentam uma performance próxima ao da combinação ótima.

Primeiramente, caracterizou-se no Capítulo 3 os seis métodos de combinação de diversidade em termos das funções de densidade e de distribuição de probabilidade da relação sinal-ruído e da

envoltória do sinal resultante. Para os métodos CSP, CSL e CRM, as formulações obtidas foram generalizações do caso Rayleigh usualmente encontrado na literatura. Já a análise apresentada para os métodos CGI, SGI e SRM é original, sendo *exata* e *genérica*, ao contrário das soluções aproximadas, por simulação ou para casos particulares de número de ramos que vêm sendo propostas na literatura – sendo ainda facilmente estendida a outros ambientes de desvanecimento. Neste Capítulo foi ainda formulado outro parâmetro de interesse na estimativa da performance destes métodos, o valor SNR médio.

A caracterização das estatísticas de primeira ordem dos métodos de combinação possibilitou a análise destes também em função da taxa de erro de bit e estatísticas de segunda ordem. Com relação à taxa de erro de bit, estudo apresentado no Capítulo 4, realizou-se uma formulação considerando-se as versões coerente e não coerente das técnicas de modulação FSK e PSK. Entretanto, os princípios básicos tratados são os mesmos para as técnicas mais complexas de modulação, sendo portanto facilmente estendidas para técnicas de modulação encontradas na prática. As análises apresentadas para a CGI, SGI e SRM, apesar de terem sido ilustradas para as técnicas de modulação anteriores, são válidas para qualquer esquema de modulação em que a taxa de erro de bit em um canal Gaussiano seja conhecida. Além disso, assim como as estatísticas de primeira ordem, estas formulações podem ser facilmente estendidas para qualquer modelo de desvanecimento.

Com relação às estatísticas de segunda ordem, apresentadas no Capítulo 5, foram formuladas a taxa de cruzamento de nível e a duração média de desvanecimento. Nesta análise foram obtidos dois resultados muito importantes, válidos para todos os métodos de combinação estudados: 1) a envoltória do sinal resultante e sua derivada temporal são independentes e 2) a densidade desta derivada temporal é igual à densidade da derivada temporal de um sinal Nakagami. De um modo geral, como esperado, esta formulação mostrou que o efeito do uso de diversidade é que o sinal resultante cruza baixos níveis menos frequentemente e altos níveis mais frequentemente, a medida que o número de ramos aumenta. A formulação aqui desenvolvida para a derivada temporal do sinal resultante dos diferentes métodos é um resultado muito importante, e que fazia falta para um melhor entendimento destes métodos. Vale notar que esta análise não era encontrada nem para modelos mais simples de desvanecimento.

Observou-se que a performance comparativa dos diferentes métodos quanto ao valor SNR médio, taxa de erro de bit e estatísticas de segunda ordem é completamente análoga à performance apresentada pela confiabilidade. Por exemplo, foi visto que, em relação à confiabilidade, as técnicas

baseadas em algoritmos de seleção (CSP e CSL) apresentam uma performance pior do que as técnicas baseadas na adição de sinais (CGI e CRM), sendo que esta diferença de performance também é observada nas análises do SNR médio, taxa de erro de bit e estatísticas de segunda ordem. Outro exemplo, mostrou-se que a determinação do número ótimo de ramos a ser selecionado nas técnicas híbridas de combinação para minimizar a taxa de erro de bit pode ser determinado diretamente da confiabilidade, sendo independente do esquema de modulação. Este fato mostra a total coerência das diferentes análises aqui desenvolvidas – sendo que estas análises são essenciais para quantificar este resultado.

Pode-se dizer, genericamente, que a performance da CSL é a menos satisfatória dentre as técnicas convencionais de combinação, seguida pelas técnicas CSP, CGI e CRM, nesta ordem. É importante lembrar que a CRM representa a combinação ótima teórica. Entretanto, apesar de sua maior facilidade de implementação, a CGI aproxima-se da CRM quando têm-se 1) poucos ramos de diversidade e 2) condições menos severas de desvanecimento.

Foi observado que para a técnica SRM, dado um número de ramos M , quanto maior o número de sinais selecionados l , melhor a performance. Este fato mostrou não ser verdade para a SGI: a escolha do número ótimo de ramos selecionados depende fortemente da condição de desvanecimento. Os casos em que a melhor performance não corresponde a $l = M$ tendem a ocorrer em condições severas de desvanecimento, situações estas em que a SGI apresenta uma performance superior do que a CGI. Mas à medida que a condição de desvanecimento torna-se menos severa, a SGI passa a ter um comportamento similar ao da técnica SRM – maior o número de sinais selecionados, melhor a performance.

Quanto ao combinador CSL, foram encontrados dois valores diferentes para o limiar γ_T ótimo que resultam em uma maior confiabilidade e em uma menor taxa de erro de bit, sendo este último valor dependente do esquema de modulação. Entretanto, mostrou-se que estes dois valores são aproximadamente iguais.

É importante ressaltar que este trabalho resultou em diversas contribuições originais para a área de desvanecimento e diversidade, conforme listado na Introdução desta Tese.

6.2 Propostas para Trabalhos Futuros

Os estudos realizados neste projeto consideraram sempre que os ramos de diversidade são não correlacionados, de mesmo valor médio e de mesmo grau de desvanecimento. Seria de grande interesse estender as análises aqui apresentadas para o caso em que há correlação entre os ramos, considerando modelos de correlação tais como o constante e o exponencial [25], pois em certas situações práticas a consideração de independência estatística não é válida. Da mesma forma, poderia também ser analisado o caso em que os ramos possuem diferentes valores médios e/ou diferentes graus de desvanecimento. Quanto à consideração de um ambiente Nakagami, as formulações aqui apresentadas também podem ser realizadas para outros modelos de desvanecimento rápido, tal como o de Rice, por haver casos em que o ajuste de curvas sugere distribuições diferentes da proposta por Nakagami [29].

A caracterização aqui realizada das estatísticas de primeira ordem pode também ser usada na avaliação da eficiência das técnicas de combinação de diversidade como técnica de combate à interferência cocanal, obtendo assim ferramentas analíticas exatas para a etapa de planejamento celular.

Os valores SNR médios das técnicas CSP, SGI e SRM vêm sendo estudados para alguns casos particulares com o objetivo de obter equações fechadas. Apesar de provavelmente resultar em expressões intrincadas, pode-se, a partir da formulação aqui apresentada, deduzir o valor SNR médio para outros casos particulares e até mesmo obter uma equação não integral para o caso geral. Outro possível trabalho seria reduzir as expressões de confiabilidade da CGI, SGI e SRM para alguns casos particulares em que estas reduzam para uma forma não integral.

Outro ponto de grande interesse é obter a taxa de erro de bit para esquemas de modulação mais complexos. Com relação às técnicas CGI, SGI e SRM, cujas taxas de erro de bit ficam na forma integral, probabilidades de erro condicionais complicadas, tais como as apresentadas pela MPSK e MDPSK, podem resultar em fórmulas de difícil convergência – podendo exigir outras formas de análise.

Referências Bibliográficas

- [1] Yacoub, M. D., “Foundations of Mobile Radio Engineering,” Boca Raton, FL.: CRC Press, 6^a. Edição, 1993.
- [2] Lee, W. C. Y., “Mobile Communications Engineering – Theory and Applications,” Singapura: McGraw-Hill, 2^a. Edição, 1998.
- [3] Jakes Jr., W. C., Ed., “Microwave Mobile Communications,” New York, N.Y.: John Wiley & Sons, 1974.
- [4] Nakagami, M., “The m-Distribution – A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading,” em Statistical Methods in Radio Wave Propagation, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, 3-36, 1960.
- [5] Suzuki, H., “A Statistical Model for Urban Multipath Propagation,” IEEE Trans. on Commun., vol. 25, no. 7, 673-690, July 1977.
- [6] Aulin, T., “Characteristics of a Digital Mobile Radio Channel,” IEEE Trans. Veh. Technol., vol. VT-30, 45-53, May 1981.
- [7] Yacoub, M. D., Vargas B., J. E. and Guedes, L. G. R., “On Higher Order Statistics of the Nakagami-m Distribution,” IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 48, no. 3, 790-794, May 1999.
- [8] Kong, N., Eng, T., and Milstein, L. B., “Selection Combining Scheme for RAKE Receivers,” Proc. 4th Int. Conf. Univ. Personal Comm., Tokyo, Japan, 426-429, November 1995.

- [9] Eng, T., Kong, N., and Milstein, L. B., "Comparison of Diversity Combining Techniques for Rayleigh-Fading Channels," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 44, no. 9, 1117-1129, September 1996.
- [10] Vargas B., J. E. e Yacoub, M. D., *CeSSSiT - Cellular Spread Spectrum Simulation Toolbox: Guia do Usuário V. 0.1*, RT-9, DECOM-FCPqD, Março 1999.
- [11] Tomiuk, B. R., and Beaulieu, N. C., "A New Look at Maximal Ratio Combining," *Proc. IEEE Globecom'00*, San Francisco, USA, 943-948, December 2000.
- [12] Abramowitz, M. and Stegun, I. A., Eds., "Handbook of Mathematical Functions," Washington, D.C.: National Bureau of Standards, 1972.
- [13] Brennan, D. G., "Linear Diversity Combining Techniques," *Proceedings of the IRE*, vol. 47, 1075-1102, June 1959.
- [14] Beaulieu, N. C. and Abu-Dayya, A. A., "Analysis of Equal Gain Diversity on Nakagami Fading Channels," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 39, no. 2, 225-234, February 1991.
- [15] Papoulis, A., "Probability, Random Variables, and Stochastic Processes," McGraw-Hill, 3^a. Edição, 1991.
- [16] Ko, Y.-C., Alouini, M.-S., and Simon, M. K., "Average SNR of Dual Selection Combining over Correlated Nakagami-m Fading Channels," *IEEE Comm. Lett.*, vol. 4, no. 1, 12-14, January 2000.
- [17] Kong, N. and Milstein, L. B., "Average SNR of a Generalized Diversity Selection Combining Scheme," *IEEE Comm. Lett.*, vol. 3, no. 3, 57-59, March 1999.
- [18] Alouini, M.-S. and Simon, M. K., "An MGF-Based Performance Analysis of Generalized Selection Combining over Rayleigh Fading Channels," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 48, no. 3, 401-415, March 2000.

- [19] Win, M. Z. and Winters, J. H., "Analysis of Hybrid Selection/Maximal-Ratio Combining in Rayleigh Fading," Proc. IEEE Int. Conf. on Commun., Vancouver, Canada, 6-10, June 1999.
- [20] da Silva, C. R. C. M. and Yacoub, M. D., "Diversity-Combining Analysis in a Nakagami Environment," Proc. of the SBMO/IEEE Intl. Microwave and Optoelectronic Conf., Rio de Janeiro, Brazil, 663-666, November 1999.
- [21] da Silva, C. R. C. M. and Yacoub, M. D., "A Generalized Solution for Diversity Combining Techniques in Fading Channels," aceito para publicação em IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques.
- [22] Weng, J. F. and Leung, S. H., "Analysis of DPSK with Equal Gain Combining in Nakagami Fading Channels," IEE Elect. Lett., vol. 33, no.8, 354-356, April 1997.
- [23] Abdel-Hafez, M. and Safak, M., "Simplified Analysis of Equal Gain Combining in Nakagami Fading Channels," IEE Elect. Lett., vol. 33, no. 23, 1926-1927, November 1997.
- [24] da Silva, C. R. C. M. and Yacoub, M. D. "Bit Error Analysis of Equal Gain Combining Reception for Nakagami Fading Channels: An Exact Formulation," IEE Elect. Lett. vol. 36, no. 13, 1147-1149, June 2000.
- [25] Aalo, V. A., "Performance of Maximal-Ratio Diversity Systems in a Correlated Nakagami-Fading Environment," IEEE Trans. on Commun., vol. 43, no. 8, 2360-2369, August 1995.
- [26] Alouini, M.-S. and Simon, M. K., "Performance of Coherent Receivers with Hybrid SC/MRC over Nakagami-m Fading Channels," IEEE Trans. on Veh. Tech., vol. 48, no. 4, 1155-1164, July 1999.
- [27] Lee, W. C. Y., "A Study of the Antenna Array Configuration of an M-Branch Diversity Combining Mobile Radio Receiver," IEEE Trans. on Veh. Tech., vol. 20, no. 4, 93-104, November 1971.

- [28] Adachi, F., Feeney, M. T., and Parsons, J. D., "Effects of Correlated Fading on Level Crossing Rates and Average Fading Durations with Predetection Diversity Reception," IEE Proc. Pt. F, vol. 135, no. 1, 11-17, February 1988.
- [29] Rice, S. O., "Statistical Properties of a Sine Wave Plus Random Noise," Bell Syst. Tech. J., vol. 27, 109-157, January 1948.
- [30] Yacoub, M. D., Barbin, M. V., de Castro, M. S., and Vargas B., J. E., "Level Crossing Rate of Nakagami-m Fading Signal: Field Trials and Validation," IEE Elect. Let., vol. 36, no. 4, 355-357, February 2000.
- [31] Cover, T. M. and Thomas, J. A., "Elements of Information Theory," New York, N.Y.: John Wiley & Sons, 1991.
- [32] Yacoub, M. D., da Silva, C. R. C. M., and Vargas B., J. E., "Level Crossing Rate and Average Fading Duration for Pure Selection and Threshold Selection Diversity-Combining Systems," aceito para publicação em Int. Journal of Commum. Systems.
- [33] Yacoub, M. D., da Silva, C. R. C. M., and Vargas B., J. E., "Second Order Statistics for Equal Gain and Maximal Ratio Diversity-Combining Reception," IEE Elect. Let., vol. 36, no. 4, 382-384, February 2000.
- [34] Rustako Jr., A. J., Yeh, Y. S., and Murrey, R. R., "Performance of Feedback and Switch Space Diversity 900 MHz FM Mobile Radio Systems with Rayleigh Fading," IEEE Trans. on Commun., vol. 21, no. 11, 1257-1268, November 1973.